Messung der lokalen Elektronentemperatur und Elektronendichte in einem Θ-Pinch mittels der Streuung eines Laserstrahls.

(Measurement of the local electron temperature and electron density in a Θ-pinch using the scattering of a laser beam).

H.J. Kunze

IPP 1/3o Oktober 1964

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Messung der lokalen Elektronentemperatur und Elektronendichte in einem Θ-Pinch mittels der Streuung eines Laserstrahls.
(Measurement of the local electron temperature and electron density in a Θ-pinch using the scattering of a laser beam).

H.J. Kunze

IPP 1/3o Oktober 1964

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

IPP 1/30 H.J. Kunze Measurement of the local electron temperature and electron density in a Θ-pinch using the scattering of a laser beam.
October 1964 (in German)

Abstract: In this paper the development of light scattering by a plasma as a diagnostic method is reported, which allows the local measurement of electron density and electron temperature.

After a resume of known theoretical results the feasibility of scattering experiments is discussed. One sees that lasers are needed. One crucial factor of these experiments is the self-luminosity of the plasma. Therefore the ratio of scattered radiation to plasma radiation is estimated. For the case that this ratio is smaller than one a differential method to eliminate the plasma radiation is explained.

Limits of the experiment as well as possible sources of error are discussed.

The experimental setup is described. Using fiber optics it was possible to measure the whole spectrum of scattered light by one pinch discharge only. Several types of obtained spectra are modified by collective effects between the particles in the plasma. The building up of satellite lines in the spectra is found as well as the existence of a small central line, as was predicted by the theory. Absolute calibrations of intensities also show the decrease of the scattering cross-section. The use of Rayleigh-scattering by neutral atoms for the calibration of the arrangements finally is mentioned. From the spectra plasma parameters could be derived.

Inhaltsverzeichnis Seite

1. Zusammenfassung 2
2. Einleitung 4
3. Theoretische Grundlagen der Lichtstreuung an Plasmen 6
3.1 Allgemeine Streuformel 6
3.2 Spektren der Elektronendichtefluktuationen im Plasma 1o
4. Lichtstreuung unter 9o° 14
4.1 Wahl des Streuwinkels 14
4.2 Überlegungen zur Durchführung von Streuversuchen 16
4.21 Betrachtung über erforderliche Lichtquellen 16
4.22 Eigenleuchten des Plasmas als Grenze bei Streuversuchen 17
4.23 Differenzverfahren 21
5. Fehlerquellen bei Streuversuchen 23
5.1 Aufheizung des Plasmas durch den Laser 23
5.2 Streuung an Neutralteilchen 26
5.3 Weitere Fehlerquellen 27
5.4 Grenzen der benutzten linearen Streutheorie 27
6. Experimenteller Versuchsaufbau 29
6.1 Θ-Pinch - Anlage 29
6.2 Riesenpuls-Laser 3o
6.3 Messanordnung 33
7. Messergebnisse 34
7.1 Messung von Streuspektren 34
7.2 Absolutmessungen 42
7.3 Bemerkungen zur Anwendung des neuen Diagnostikverfahrens 44
Literaturverzeichnis

1. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Entwicklung der Lichtstreuung als eine neue Diagnostikmethode, die in heissen Plasmen eine lokale Messung von Elektronendichte und Elektronentemperatur gestattet. Speziell wurde die Methode an einem Θ-Pinch (7,5 kJoule) ausprobiert.

Nach einem kurzen Überblick über die Theorie der Lichtstreuung werden theoretische Ergebnisse insoweit diskutiert, als sie für die Ableitung von Plasmaparametern aus experimentellen Ergebnissen benötigt werden. Abschätzungen zeigen, dass infolge des kleinen Streuquerschnitts nur intensive Laser als Lichtquellen in Frage kommen. Im Hinblick auf eine lokale Messung der Plasmaparameter erweist sich ferner die Beobachtung der Streustrahlung unter 90° als besonders günstig.

Ein kritischer Faktor bei den Streuversuchen ist das Eigenleuchten des Plasmas. Das Verhältnis Streulicht zu Plasmalicht wird berechnet und der für eine gegebene Anordnung und ein gegebenes Plasma optimal erreichbare Wert angegeben und diskutiert. In besonderen Fällen kann ein Differenzverfahren zur Elimination des Plasmalichts weiterhelfen. Das Signal/Rauschverhältnis wird für die verschiedenen Fälle als Funktion der einzelnen Parameter berechnet.

Von einem guten Diagnostikverfahren verlangt man, dass es das zu untersuchende Plasma in keiner Weise verändert. Daher wird die Aufheizung des Plasmas durch den intensiven Laserstrahl betrachtet. Weitere mögliche Fehlerquellen werden diskutiert ebenso wie die Grenzen der benutzten Streutheorie.

Nach Beschreibung der experimentellen Anordnung werden die Messergebnisse diskutiert. Mittels eines Vielfachspalts aus Glasfasern ist es möglich, ein ganzes Spektrum des gestreuten Lichts bei jeweils nur einer Entladung aufzunehmen. Da die Plasmaparameter gerade in dem Bereich liegen, in dem Korrelationseffekte zwischen den einzelnen Teilchen das Streuspektrum zu modifizieren beginnen, kann man allein aus dem Spektrum Elektronendichte und

Temperatur bestimmen. Das Auftreten der sog. Zentrallinie auch schon im Übergangsgebiet konnte nachgewiesen werden. Ebenso sind die sich ausbildenden Satellitenlinien zu sehen.

Absoluteichungen von Laser und Messteil unterstützen die Theorie und zeigen das Absinken des klassischen Thomson-Streuquerschnitts in dem oben erwähnten Gebiet. Es werden aber auch zwei Methoden erprobt und diskutiert, die es erlauben, die jeweils mit grösseren Fehlern behafteten Absoluteichungen zu umgehen: einmal kann man nämlich die Rayleigh-Streuung in Gasen benützen, das andere Mal einfach die Theorie der Streuung im Übergangsgebiet.

Das entwickelte und erprobte Verfahren ist eine Methode der lokalen Bestimmung von Plasmaparametern, bei der das Plasma nicht beeinflusst wird. Der geeignet gewählte Aufbau erlaubt es, die aus 2 Teilen bestehende Apparatur bequem an jede andere Anlage hinzufahren und dort zu messen.

2. Einleitung

Ein wichtiges Problem in der Plasmaphysik ist die Bestimmung von Plasmaparametern, wie speziell die Elektronentemperatur und Dichte. Die dazu bisher verwendeten Methoden zeigen aber gewisse Nachteile: so wird bei sehr heißen Plasmen dieses durch eine Sonde selbst gestört, andererseits bei interferometrischen und üblichen spektroskopischen Messungen in axialer bzw. radialer Richtung integriert.
Mit der Entwicklung des Lasers als einer überaus intensiven Lichtquelle ist nun aber eine neue Diagnostikmethode möglich geworden, die es gestattet, lokale Informationen über Dichte und Temperaturen aus dem Plasma zu erhalten ohne dieses dabei zu stören, nämlich aus der Lichtstreuung. Durch entsprechende Fokussierung des einfallenden Strahles kann das Volumen genau festgelegt werden, aus dem Streulicht beobachtet werden soll. Eine Messung dieses Lichtes war bis vor kurzem infolge des kleinen Streuquerschnitts noch nicht möglich, das Verhältnis von gestreutem zu eingestrahltem Licht ist nämlich bei Θ-Pinch-Plasmen von der Größenordnung 10^{-11} bis 10^{-12}. Mit einem starken Laser gelang es aber jetzt G. Fiocco und E. Thompson das an einem Elektronenstrahl gestreute Licht nachzuweisen [1], und E. Fünfer, B. Kronast und der Verfasser fanden mittels einer Differenzmethode zur Elimination des Plasmaeigenleuchtens auch an einem Θ-Pinch-Plasma gestreutes Licht [2], [3]. Eine spektrale Messung des Streulichtes im Afterglow eines kleinen Θ-Pinches war schließlich W.E.R. Davies und S.A. Ramsden möglich [4].

Während im Grenzfall der reinen Thomson-Streuung (Streuzentren bewegen sich statistisch unabhängig voneinander) der Streuquerschnitt konstant ist und das infolge der thermischen Bewegung der streuenden Elektronen verbreiterte Spektrum des Streulichts ein Gauß-Profil aufweist, das nur durch die Elektronentemperatur bestimmt wird (thermisches Gleichgewicht natürlich vorausgesetzt), ist es bei den zu untersuchenden Plasmen u. U. notwendig, Korrelationen zwischen den einzelnen Plas-

makomponenten zu berücksichtigen. Das Streuspektrum wird dann durch das Spektrum der Elektronendichtefluktuationen bestimmt. Dieses hängt jetzt im wesentlichen von der Dichte, der Elektronen- und der Ionentemperatur ab und der totale Streuquerschnitt bleibt auch nicht mehr konstant.

3. Theoretische Grundlagen der Lichtstreuung an Plasmen

3.1 Allgemeine Streuformel

Die Beziehung für die Streuung an einem Plasma läßt sich ganz allgemein aus den Maxwellschen Gleichungen herleiten. Dazu betrachtet man ein System beliebiger Ladungen. Durch eine einfallende elektromagnetische Welle wird eine Bewegung der Ladungsträger hervorgerufen, was seinerseits eine Abstrahlung elektromagnetiischer Energie bedingt. Dieser Vorgang ist die sog. Streuung. Für das von dem System abgestrahlte Feld erhält man aus den inhomogenen Wellengleichungen für die Fernzone ($|r| > |r'|$, $|r| \gg \lambda$), siehe [5]:

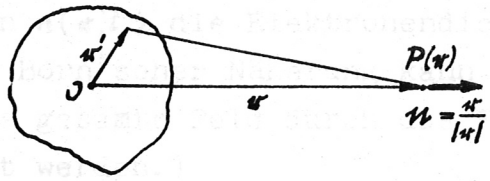


Abb. 1

(1)
$$\mathfrak{H}(r,t) = \operatorname{rot} \mathfrak{A}(r,t) = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{A}(r,t)}{\partial t} \times n$$
$$\mathfrak{E}(r,t) = \mathfrak{H} \times n = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial \mathfrak{A}(r,t)}{\partial t} \times n\right) \times n$$

$$\text{mit} \quad \mathfrak{A}(r,t) = \frac{1}{|r|\cdot c}\cdot\int_V j\left(r', t - \frac{|r| - r'n}{c}\right) d^3r'$$

d. h. für die Berechnung des abgestrahlten Feldes im Aufpunkt P(r) braucht man nur die zeitliche Änderung der Stromdichteverteilung $j(r',t)$ zu kennen. Für diese gilt:

(2) $$j(r',t) = \sum_i q_i w_i(r',t)\cdot\delta(r' - r_i'(t))$$

(3) $$\frac{\partial j(r',t)}{\partial t} = \sum_i q_i w_i \frac{\partial}{\partial t}\delta(r' - r_i'(t)) + \sum_i q_i \delta(r' - r_i'(t))\cdot\frac{\partial w_i(r',t)}{\partial t}$$

darin ist über alle Teilchen i zu summieren.

Während der 2. Term die Änderung der Geschwindigkeit der einzelnen Teilchen hier speziell bedingt durch die einfallende Welle darstellt, ist der 1. Term unabhängig von dem primären Feld und kann vernachlässigt werden (vorausgesetzt natürlich, daß die Frequenz der einfallenden Welle viel größer ist als die Plasmafrequenz, was hier der Fall sein soll, siehe [6]).

Für die Beschleunigung der einzelnen Teilchen durch die einfallende Welle erhält man:

$$\dot{w}_i(r_i', t) = \frac{q_i}{m_i} \mathcal{E}(r_i', t)$$

Wie man erkennt, ist infolge der großen Masse der Beitrag der Ionen zu $\frac{\partial j}{\partial t}$ klein und kann daher vernachlässigt werden.
Es wird somit:

(5) $$\frac{\partial j(r', t)}{\partial t} = \frac{e^2}{m} \sum \mathcal{E}(r_i', t) \cdot \delta(r' - r_i'(t)) = \frac{e^2}{m} \mathcal{E}(r', t) \cdot n(r', t)$$

worin $n(r', t)$ die Elektronendichteverteilung ist.
(In Born'scher Näherung kann das auf das i-te Teilchen wirkende gesamte Feld durch das Feld der einfallenden Welle ersetzt werden.)
Ist die einfallende Welle von der Form

(6) $$\mathcal{E}(r', t) = \mathcal{E}_0 \cdot e^{-i(\omega_0 t - k_0 r')} = E_0 n_0 e^{-i(\omega_0 t - k_0 r')}$$

so ergibt (1) für das gestreute Feld:

(7) $$\mathcal{E}_s(r, t) = \frac{r_0}{|r|} \cdot E_0 \cdot (n_0 \times u) \times u \cdot \int_V n\left(r', t - \frac{|r| - r'u}{c}\right) \cdot e^{-i\left[\omega_0\left(t - \frac{|r| - r'u}{c}\right) - k_0 r'\right]} d^3 r'$$

darin ist $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$ der klassische Elektronenradius,

u gibt die Richtung der gestreuten Welle an,

n_0 die Schwingungsrichtung der einfallenden Welle im Plasma.

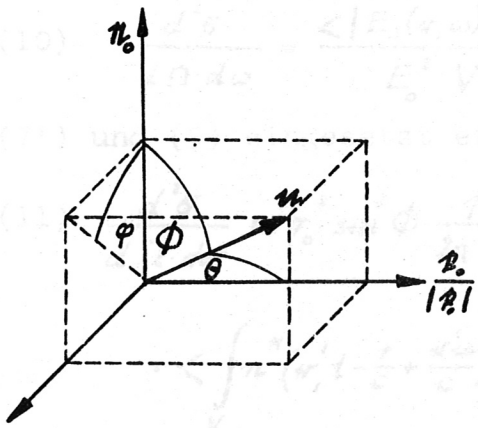


Abb. 2

Aus dieser Gleichung sind nun schon die Polarisationsverhältnisse der gestreuten Welle allgemein erkennbar. Ihre Schwingungsrichtung wird nur durch den Vektor $(n_0 \times u) \times u$ bestimmt, denn das Integral ist eine skalare Funktion. Dieser Vektor beschreibt schliesslich ein meridionales Feld, und vergleicht man dieses mit der Strahlungscharakteristik eines schwingenden Dipols in der Fernzone [7] , so erkennt man, dass beide identisch sind. Das durch Streuung am Plasma in der Fernzone entstandene Feld kann man sich also als Feld eines schwingenden Dipols mit der Schwin-

gungsrichtung der einfallenden Welle als Dipol achse vorstellen.

Für die weiteren Überlegungen wollen wir daher nur den Betrag E_s betrachten, wobei wir einsetzen: $|(\mathfrak{n}_0 \times \mathfrak{u}) \times \mathfrak{u}| = \sin\phi$ siehe Abb. 2. Es wird:

$$(7') \quad E_s(\mathfrak{r},t) = \frac{r_0 E_0 \sin\phi}{r} \cdot e^{-i\omega_0(t-\frac{r}{c})} \cdot \int_V n(\mathfrak{r}',t-\frac{r}{c}+\frac{\mathfrak{r}'\mathfrak{u}}{c}) e^{-i(\frac{\omega_0}{c}\mathfrak{u}-\mathfrak{k}_0)\mathfrak{r}'} d^3\mathfrak{r}'$$

Infolge der stochastischen Schwankungen von $n(\mathfrak{r}',t)$ erfährt nun $E_s(\mathfrak{r},t)$ ebensolche Schwankungen mit der Zeit. Über $E_s(\mathfrak{r},t)$ selbst lässt sich daher nichts aussagen, wohl aber über ein geeignetes Zeitmittel, welches die Autokorrelationsfunktion darstellt.

$$(8) \quad C(\mathfrak{r},\tau) = \langle E_s^*(\mathfrak{r},t) \cdot E_s(\mathfrak{r},t+\tau) \rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_s^*(\mathfrak{r},t) \cdot E_s(\mathfrak{r},t+\tau)\, d\tau$$

Nach dem Theorem von Wiener-Khinchine erhält man aus ihr schliesslich die spektrale Energieverteilung einfach als ihre Fourier-Transformierte, siehe z. B. [8], [9].

$$(9) \quad \langle |E_s(\mathfrak{r},\omega)|^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\mathfrak{r},\tau) \cdot e^{i\omega\tau} d\tau$$

Damit bilden wir nun den differentiellen Streuquerschnitt pro Volumeneinheit und Raumwinkel:

$$(10) \quad \frac{d^2\sigma}{d\Omega \cdot d\omega} = \frac{\langle |E_s(\mathfrak{r},\omega)|^2 \rangle \cdot r^2}{E_0^2 \cdot V}$$

(7') und (9) eingesetzt ergibt:

$$(11) \quad \frac{d^2\sigma}{d\Omega \cdot d\omega} = r_0^2 \cdot \sin^2\phi \cdot \frac{1}{2\pi V} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \cdot e^{i(\omega-\omega_0)\tau} \cdot$$

$$\cdot \left\langle \int_V n^*(\mathfrak{r}',t-\frac{r}{c}+\frac{\mathfrak{r}'\mathfrak{u}}{c}) \cdot e^{i(\frac{\omega_0}{c}\mathfrak{u}-\mathfrak{k}_0)\mathfrak{r}'} d^3\mathfrak{r}' \cdot \int_V n(\mathfrak{r}'',t-\frac{r}{c}+\frac{\mathfrak{r}''\mathfrak{u}}{c}+\tau) \cdot e^{-i(\frac{\omega_0}{c}\mathfrak{u}-\mathfrak{k}_0\mathfrak{r}'')} d^3\mathfrak{r}'' \right\rangle$$

Wie Lamb [6] führen wir jetzt die Transformation durch

$$(12a) \quad \begin{aligned} \mathfrak{r}' &\to \mathfrak{r}' \\ \mathfrak{r}'' &\to \mathfrak{r}' + \mathfrak{a} \end{aligned}$$

Da es sich ferner um stationäre statistische Zustände handelt,

können wir setzen:

$$t - \frac{r}{c} + \frac{\mathfrak{r}' \mathfrak{u}}{c} \rightarrow t'$$

(12b)

$$\tau + \frac{\mathfrak{a} \mathfrak{u}}{c} \rightarrow \tau$$

Weiter führen wir ein: $\sigma_e = r_0^2 \cdot \sin^2 \Phi$ = klassischer Thomson-Streuquerschnitt für ein einzelnes Elektron,

$\mathfrak{k}_s = \frac{\omega \mathfrak{u}}{c}$ = Ausbreitungsvektor der gestreuten Welle,

und die Elektronendichtekorrelationsfunktion

(13) $$\varrho(\mathfrak{a}, \tau) \equiv \frac{1}{V} \int d^3\mathfrak{r}' \langle n^*(\mathfrak{r}', t') \cdot n(\mathfrak{r}' + \mathfrak{a}, t' + \tau) \rangle$$

Die Klammer $\langle \; \rangle$ bedeutet ja nach (8) eine Zeitmittelung. Wir erhalten damit:

(14a) $$\frac{d^2\sigma}{d\Omega \cdot d\omega} = \sigma_e \cdot S(\mathfrak{k}_s - \mathfrak{k}_0, \omega - \omega_0)$$

(14b) $$S(\mathfrak{k}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3\mathfrak{a} \cdot \varrho(\mathfrak{a}, \tau) \cdot e^{-i(\mathfrak{k}\mathfrak{a} - \omega\tau)}$$

d. h. der differentielle Wirkungsquerschnitt wird durch die Fourier-Transformierte der Elektronendichtekorrelationsfunktion $\varrho(\mathfrak{a}, \tau)$ bestimmt, und zwar durch diejenige Komponente, deren $\mathfrak{k}$-Vektor mit den Wellenvektor $\mathfrak{k}_0$ der einfallenden Welle gerade den Wellenvektor $\mathfrak{k}_s$ der gestreuten Welle ergibt.

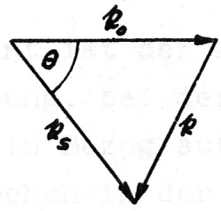


Abb. 3

Der Streuquerschnitt für die gesamte pro Volumeneinheit in den Raumwinkel 1 gestreute Intensität ergibt sich durch Integration zu:

(15) $$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_e \cdot n \cdot S(\mathfrak{k}_s - \mathfrak{k}_0)$$

(16) mit $$S(\mathfrak{k}) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} S(\mathfrak{k}, \omega)\, d\omega$$

Der sog. Formfaktor $S(\mathfrak{k})$ ist dabei die Fourier-Transformierte der zeitunabhängigen Korrelationsfunktion und $N = n \cdot V$ die Gesamtzahl der Elektronen im Volumen V.

3.2 Spektren der Elektronendichtefluktuation im Plasma

Das Frequenzspektrum der Streustrahlung gibt also ein direktes Bild des Frequenzspektrums der Elektronendichtefluktuationen. Durch seine Messung wird es möglich, alle Plasmaparameter zu bestimmen, die in diese Dichtefluktuationen eingehen, das sind im wesentlichen die Elektronendichte, die Elektronen- und die Ionentemperatur. Durch Messung des totalen Streulichts in verschiedenen Richtungen erhalten wir den Formfaktor S ($\mathfrak{k}$), und damit können Instabilitäten beobachtet werden, die zu Dichteschwankungen mit entsprechenden k-Vektoren führen, siehe [1o] .

Angeregt durch die Streuexperimente in der Ionosphäre von Bowles [1| wurden in den letzten Jahren eine ganze Reihe von Arbeiten veröffentlicht, in denen die Dichtefluktuationen berechnet werden. Von verschiedenen Ansätzen ausgehend gelangen die Autoren dabei zu gleichen Ergebnissen, z.B. [12] ,[13], [14] [15] und [16] . Während in diesen Arbeiten die Zweierstösse noch vernachlässigt werden, wird der Einfluss auf das Spektrum in [17] [18], [19] behandelt. Im folgenden sollen jetzt nur kurz die für die durchgeführten Experimente benötigten Resultate als Überblick angeführt werden. Eine ausführliche Darlegung findet man neben den oben angeführten Arbeiten in dem Bericht von W.H. Kegel [2o] .

Bekannt ist der klassische Grenzfall der reinen Thomson-Streuung, bei der Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilchen in Bezug auf die Streuung vernachlässigbar sind. Bei Streuversuchen in der Ionosphäre und in Laboratoriumsplasmen können aber die kollektiven Effekte sehr wesentlich werden. Wieweit dies der Fall ist, hängt von einem charakteristischen Parameter α ab, der folgendermassen definiert ist:

$$\alpha = \frac{1}{|\mathfrak{k}| \cdot \lambda_D} = \frac{\lambda_0}{4\pi \lambda_D \sin\frac{\theta}{2}} = \alpha(\lambda_0, \theta, n, T_e) \tag{17}$$

darin ist λ_D die Debye-Länge im Plasma, λ_0 die Wellenlänge der einfallenden Welle, und $|\mathfrak{k}|$ erhält man aus Abb. 3. Es ergibt sich, dass für $\alpha \ll 1$ die Wechselwirkungen vernachlässigbar sind, während für $\alpha \gg 1$ die Dichtefluktuationen ausschliesslich durch sie bestimmt werden.

Wie die theoretischen Arbeiten zeigen, lassen sich nun bei Berücksichtigung der Wechselwirkungen die Elektronendichteschwankungen im Plasma in guter Näherung in 2 Teile zerlegen. Ein Teil bezieht sich auf Fluktuationen, die durch die Bewegung derjenigen Elektronen hervorgerufen werden, die sich frei bewegen, während der andere Teil die Fluktuationen in der Elektronendichte enthält, die durch die Elektronen bedingt sind, die mit den Ionen korreliert sind. Dabei bewegen sich selbstverständlich die Elektronen in dem einen Teil und die Ionen im anderen nicht jeweils statistisch frei, sondern die Bewegung wird durch die Wechselwirkungsfelder modifiziert. Es ergibt sich:

$$S(k,\omega) = S_e(k,\omega) + S_i(k,\omega) \tag{18}$$
$$= S_e\left(\frac{\omega}{k^2 T_e}, \alpha(k,n,T_e)\right) + S_i\left(\frac{\omega}{k^2 T_i}, Z, \frac{T_e}{T_i}, \alpha(k,n,T_e)\right)$$

Z = Ladungszahl der Ionen.

$S_e(k,\omega)$ wird somit bei vorgegebenem k durch die Elektronendichte und Temperatur bestimmt, während $S_i(k,\omega)$ dazu noch von der Ionentemperatur abhängt (vorausgesetzt ist natürlich eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Ionen und Elektronen, sonst kann von einer Temperatur schlechthin sowieso nicht gesprochen werden). Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht ($T_e \neq T_i$) zeigen sich im allgemeinen in der Komponente $S_i(k,\omega)$.

Ebenfalls erhalten wir den für die gesamte gestreute Intensität massgebenden Faktor S (k) zu

$$S(k) = S_e(k) + S_i(k) \tag{19}$$

und für den Fall des thermischen Gleichgewichts ergibt sich nach Salpeter [12]:

$$S_e(k) = \frac{1}{1+\alpha^2} \tag{20}$$

$$S_i(k) = \frac{Z\alpha^4}{(1+\alpha^2)\left[1+(Z+1)\alpha^2\right]}$$

Der Verlauf geht aus Abb. 4 hervor, und zwar für Z = 1.

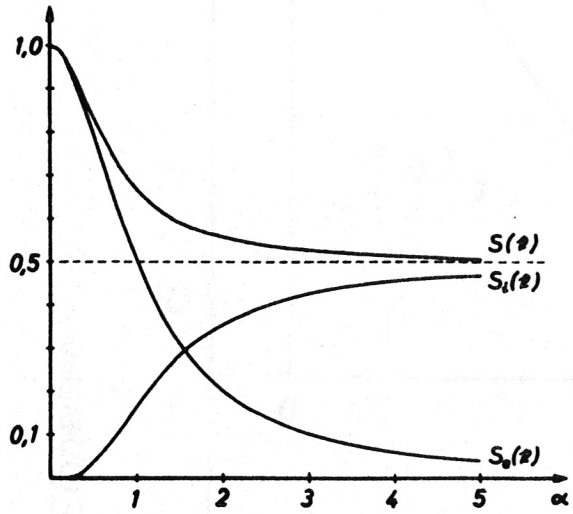


Abb. 4

An Hand der 3 Beispiele in Abb. 5 für ein Plasma im thermischen Gleichgewicht soll jetzt das Charakteristische in der Form der Spektren aufgezeigt werden.

Im Fall $\alpha \ll 1$ ist S_i gegenüber S_e vernachlässigbar. Wir haben den von kollektiven Effekten freien Fall der klassischen Thomson-Streuung: es ist $S(k) = 1$ und für $S_e(k,\omega)$ ergibt sich ein Gauss-Profil mit der Halbwertsbreite

(21) $$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = 4\cdot\lambda_0\cdot\sin\frac{\theta}{2}\cdot\sqrt{\frac{2\kappa T_e}{mc^2}\ln 2}$$

In diesem Fall ist das Spektrum direkt ein Bild der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen, und man könnte hier bequem auch jede andere eventuell vorhandene Verteilung messen. Neben der Elektronentemperatur kann man nach (15) über eine Absolutmessung der Intensitäten auch die Elektronendichte bekommen.

Im Falle $\alpha \gg 1$ besteht das Spektrum aus einer Zentrallinie bestimmt durch $S_i(k,\omega)$, deren Breite im wesentlichen durch die thermische Geschwindigkeit der Ionen bestimmt wird, und aus zwei symmetrisch dazu liegenden Satelliten, deren Lage gegeben ist durch

(22) $$\omega^2 \approx \omega_p^2 + \frac{3\kappa T_e k^2}{m}$$

und deren Form bestimmt wird durch $S_e(k,\omega)$.
(ω_p = Plasmafrequenz)
Wie man ferner aus Abb. 4 erkennt, befindet sich fast die gesamte gestreute Energie in der Komponente $S_i(k)$. Prinzipiell könnte man aus dem Spektrum die Elektronendichte, die Elektronen- und die Ionentemperatur bekommen, doch liegt dieser Fall insofern ungünstiger, als erstens die Energie in den Satellitenlinien sehr klein ist, und zweitens die Form des Spektrums durch hier

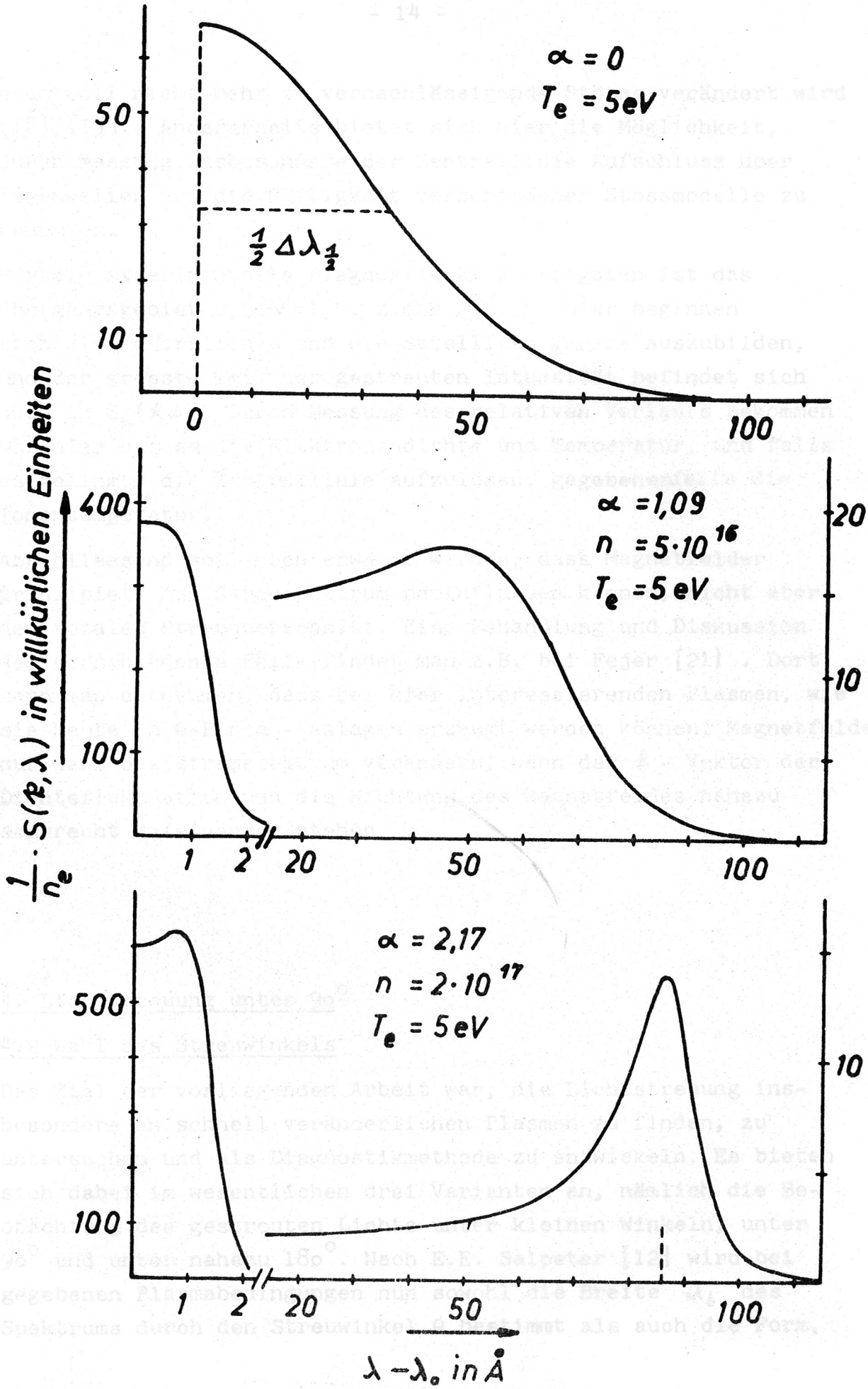


Abb. 5 Spektren der Elektronendichtefluktuationen

eventuell nicht mehr zu vernachlässigende Stösse verändert wird [18], [19] . Andererseits bietet sich hier die Möglichkeit, durch Messung insbesondere der Zentrallinie Aufschluss über Ionenwellen und die Gültigkeit verschiedener Stossmodelle zu bekommen.

Für die experimentelle Diagnostik am günstigsten ist das Übergangsgebiet $0{,}5 \leq \alpha \leq 1{,}5$, siehe Abb. 5. Hier beginnen sich die Zentrallinie und die Satelliten gerade auszubilden, und der grösste Teil der gestreuten Intensität befindet sich noch in $S_e(\vec{k},\omega)$. Durch Messung des relativen Verlaufs bekommen wir hier bequem die Elektronendichte und Temperatur, und falls es gelingt, die Zentrallinie aufzulösen, gegebenenfalls die Ionentemperatur.

Abschliessend soll noch erwähnt werden, dass Magnetfelder prinzipiell das Streuspektrum beeinflussen können, nicht aber den totalen Streuquerschnitt. Eine Behandlung und Diskussion der verschiedenen Fälle findet man z.B. bei Fejer [21] . Dort kann man entnehmen, dass bei hier interessierenden Plasmen, wie sie heute in Θ-Pinch - Anlagen erzeugt werden können, Magnetfelder nur dann das Streuspektrum verändern, wenn der $\vec{k}$ - Vektor der Dichtefluktuation und die Richtung des Magnetfeldes nahezu senkrecht aufeinander stehen.

4. Lichtstreuung unter 90°

4.2 Wahl des Streuwinkels

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war, die Lichtstreuung insbesondere an schnell veränderlichen Plasmen zu finden, zu untersuchen und als Diagnostikmethode zu entwickeln. Es bieten sich dabei im wesentlichen drei Varianten an, nämlich die Beobachtung des gestreuten Lichts unter kleinen Winkeln, unter 90° und unter nahezu 180°. Nach E.E. Salpeter [12] wird bei gegebenen Plasmabedingungen nun sowohl die Breite λ_b des Spektrums durch den Streuwinkel Θ bestimmt als auch die Form,

letztere über den Parameter α .
Man erhält:

$$(23) \qquad \frac{1}{\lambda_b}\frac{\Delta\lambda_b}{\Delta\theta} = \frac{1}{2}\,ctg\,\frac{\theta}{2} \quad ; \quad \frac{1}{\alpha}\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta} = \frac{1}{2}\,ctg\,\frac{\theta}{2}$$

Danach wäre die Rückwärtsstreuung ($\theta \rightarrow 180^{\circ}$) am günstigsten. Hier ist einerseits die Einstellung des Streuwinkels unkritisch, andererseits könnte man, falls es die Apparatur, in der das Plasma erzeugt wird, erlaubt, mit grossen Öffnungswinkeln arbeiten. Eine Schwierigkeit ist allerdings, dass man in der Richtung messen muss, in der eingestrahlt wird, siehe [22]. In vernünftigen Grenzen halten sich die Fehler auch noch bei $\theta = 90^{\circ}$ ($\Delta\theta = 1^{\circ}$ gibt $\frac{\Delta\lambda_b}{\lambda_b} = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} < 1\,\%$), während dagegen die Vorwärtsstreuung eine sehr genaue Justierung verlangt und auch nur sehr kleine Öffnungswinkel zulässt. Durch geeignete Wahl von θ kann man hier freilich fast immer das interessante Gebiet $\alpha > 1$ erreichen, wo die Korrelationseffekte das Streuspektrum prägen, während bei $\theta = 90^{\circ}$ und $\theta = 180^{\circ}$ das bei den zu untersuchenden Laboratoriumsplasmen nur selten der Fall ist. Der experimentelle Aufwand wird bei kleinem θ allerdings sehr gross, da die Spektren sehr schmal werden und grosse Vorkehrungen zur Vernichtung des primär einfallenden Lichtes getroffen werden müssen, siehe z. B. [23]. So gesehen erfordert die Beobachtung unter 90° den geringsten experimentellen Aufwand, und bietet, was ihr Hauptvorteil gegenüber den beiden anderen Fällen ist, durch Fokussierung des einfallenden Lichts die Möglichkeit, jetzt erstmals die Informationen aus einem genau festgelegten Volumenelement zu bekommen; bei der Vorwärts- und Rückwärtsstreuung wird dagegen wieder über die Länge des Plasmas integriert. Strahlt man bei θ-Pinch-Plasmen, an denen speziell die Methode ausprobiert wurde, in axialer Richtung ein, so ist schliesslich noch bei Beobachtung unter 90° das störende Eigenleuchten des Plasmas am kleinsten.

4.2 Überlegungen zur Durchführung von Streuversuchen

4.21 Betrachtung über erforderliche Lichtquellen

Wird ein Volumenelement $d\tau = dx \cdot dy \cdot dz = df_o \cdot dz$ von einer Lichtquelle mit der spektralen Strahldichte J_{ω_o} unter dem Raumwinkel $d\Omega_o$ bestrahlt, so ist die in einen Raumwinkel $d\Omega$ und in den Frequenzbereich $d\omega$ gestreute Strahlungsleistung

$$(24a) \quad W_\omega d\omega = \left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, d\omega}\right) \cdot J_{\omega_o} d\omega_o \cdot d\Omega_o \cdot df_o dz \cdot d\omega \cdot d\Omega$$

Da bei jeder optischen Abbildung $df_o \cdot d\Omega_o$ konstant bleibt, ist die gestreute Energie unabhängig davon, wie gut das Licht in das Plasma hinein fokussiert wird. Wir können also schreiben:

$$(24b) \quad W_\omega d\omega = \left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, d\omega}\right) \cdot L \cdot dz \cdot d\omega \cdot d\Omega$$

mit $L = J_{\omega_o} d\omega_o df_o d\Omega_o$ = Strahlungsleistung der Lichtquelle.

Für die Durchführung von Streuversuchen sind nun zwei Voraussetzungen erforderlich: um eine bequeme Analyse des Streuspektrums zu ermöglichen, ist gut monochromatisches Licht notwendig, d.h. die Breite $d\omega_o$ des einfallenden Lichts muss sehr klein gegenüber der Breite des zu messenden Streulichts sein. Nach (15) ist ferner der Streuquerschnitt im wesentlichen durch den klassischen Thomson-Streuquerschnitt ($\sigma_{Th} = 0{,}67 \cdot 10^{-24}$ cm^2) gegeben; bei hier interessierenden Plasmen und geometrischen Gegebenheiten (kleinste Dichte z.B. $n = 10^{16}$ cm^{-3}, $dz = 1$mm, $d\Omega = 10^{-2}$, $\theta = \phi = 90^\circ$) ist das Verhältnis von gestreuter Gesamtenergie zu einfallender Energie von der Grössenordnung 10^{-12}. Wie man sieht, sind also zweitens sehr starke Lichtquellen notwendig. Betrachten wir dazu folgendes Zahlenbeispiel:

Das Streuspektrum möge in 10 Kanäle gleicher Intensität aufgeteilt sein. Auf jeden Kanal trifft dann 10^{-13} von der einfallenden Lichtleistung; die Messdauer sei etwa 10^{-8} sec (untere Grenze), das einfallende Licht habe die Wellenlänge $\lambda_o = 6943$ Å (entspricht $h\nu = 2{,}86 \cdot 10^{-19}$ Wsec). Nehmen wir dazu an, dass pro Kanal für einen Messpunkt mindestens 10^4 Photonen während der Messdauer auf die Photokathode etwa eines Multipliers treffen sollen und dass die Durchlässigkeit des Spektralapparats mit aller Ab-

bildungsoptik 20 % beträgt, so ergibt sich eine erforderliche primäre Strahlungsleistung von $14 \cdot 10^6$ Watt.

Lichtquellen solcher Leistung und dazu noch von extrem grosser Monochromasie stehen aber erst seit einigen Jahren mit dem Laser, speziell mit dem Rubinlaser, zur Verfügung und ermöglichen solche Streuexperimente.

4.22 Eigenleuchten des Plasmas als Grenze bei Streuversuchen.

An dieser Stelle muss nun auf eine Störquelle bei den Streuversuchen eingegangen werden, nämlich auf das Eigenleuchten des Plasmas. Im allgemeinen setzt sich dieses zusammen aus der sog. Bremsstrahlung (frei-frei Übergänge), der Rekombinationsstrahlung (frei-gebunden Übergänge), aus Linienstrahlung (gebunden-gebunden Übergänge) und aus Zyklotron-Strahlung. Im sichtbaren Spektralbereich um 6900 Å herum und bei Temperaturen von einigen eV an haben wir es allerdings bei H_2-Plasmen praktisch nur mit der eigentlichen Bremsstrahlung beruhend auf der Elektronen-Ionen-Wechselwirkung zu tun, und die emittierte Strahlung ergibt sich nach [24]:

$$(25a) \quad P_\lambda^* = 1{,}9 \cdot 10^{-28} \cdot n_e n_i \cdot Z^2 \cdot \bar{g}_{ff} \cdot \frac{1}{\sqrt{\kappa T_e}} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot e^{-\frac{12395}{\lambda \kappa T_e}} \quad \left[\frac{Watt}{cm^3 \, Å}\right]$$

Betrachten wir den Fall des vollionisierten Wasserstoff-Plasmas $Z = 1$, $n_e = n_i = n$ und nehmen nach Karzas und Latter [25] einen mittleren Gauntfaktor $\bar{g}_{ff} = 2{,}6$ (für $T_e = 100$ eV, $\lambda_0 = 6943$ Å), so erhalten wir bei λ_0:

$$(25b) \quad P_{\lambda_0}^* = 10^{-35} \frac{n^2}{\sqrt{\kappa T_e}} \quad \left[\frac{Watt}{cm^3 \, Å}\right]$$

κT_e in eV.

Für die Messung von entscheidender Wichtigkeit ist jetzt das Verhältnis von Streulicht zu Bremslicht pro Wellenlängeneinheit. Durch die Kombination Blende-Linse (Abb. 6) wird erreicht, dass nur Plasmalicht aus dem Doppelkegelstumpf mit der gemeinsamen Fläche dy·dz in den Messteil gelangt. Ferner berücksichtigen wir noch die Tatsache, dass im Gegensatz zum Streulicht das Plasmalicht nahezu unpolarisiert ist und filtern eine Komponente weg. Es ergibt sich:

(25c) $$P_\lambda'' = \frac{1}{2} P_\lambda^* \cdot dy \cdot dz \cdot l \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$$

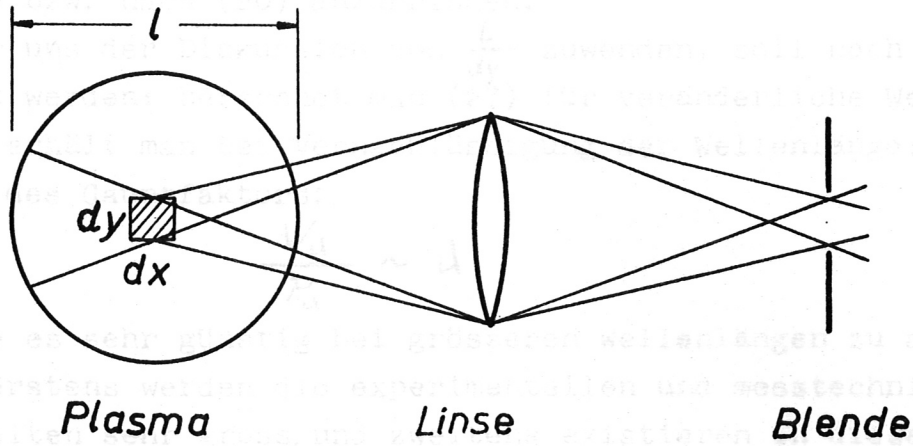


Abb. 6 Primäres Licht fällt senkrecht auf $df_o = dx \cdot dy$

Für das Streulicht wollen wir den Fall des reinen Gauss-Profils ($\alpha = 0$) annehmen. Die gestreute Leistung pro Wellenlängeneinheit im Maximum des Profils wird dann bei einfallendem linear polarisiertem Licht und $\emptyset = \theta = 90^o$:

(26) $$W_{\lambda_0} = \frac{1,4}{4\pi} \cdot \sigma_{Th} \cdot n \cdot L \cdot \frac{1}{\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}} \cdot dz \cdot d\Omega$$

Mit (21) erhalten wir:

(27a) $$\frac{W_{\lambda_0}}{P_{\lambda_0}''} = 5,8 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{n \cdot l} \cdot \frac{L}{dy}$$

dabei ist n in cm^{-3}, l und dy in cm, L in Watt zu nehmen. Diese Beziehung benötigen wir bei der Planung eines Versuchs. Man erkennt folgendes: bei vorgegebenem Plasma (Dichte n und Dicke l gegeben) ändert sich zwar mit zunehmender Fokussierung (kleiner werdendem dy) nach (24) die gestreute Strahlungsleistung nicht, wohl wird aber das Verhältnis von Streulicht zu Bremslicht <u>linear</u> mit der Fokussierung günstiger. Für eine sinnvolle Messung wird man nun $\frac{W_{\lambda_0}}{P_{\lambda_0}''} \geq 1$ fordern müssen.

<u>Zahlenbeispiel:</u> $n = 10^{17}$, $l = 1$ cm, $dy = 1$ mm bedingt $L \geq 1,7 \cdot 10^6$ W.

Das Verhältnis wird mit kleiner werdender Dichte günstiger, und kann man auf irgend eine Weise die Plasmadicke l bestimmen,

liefert es direkt die Grössenordnung der über die Länge l gemittelten Elektronendichte. Will man schliesslich in Fällen $\alpha > 0$ messen, so sind in (27) natürlich entsprechende Korrekturen nach Abb. 4 bzw. nach (20) anzubringen.

Ehe wir uns der Diskussion von $\frac{L}{dy}$ zuwenden, soll noch folgendes erwähnt werden: berechnet man (27) für veränderliche Wellenlängen, so erhält man bei Vernachlässigung der Wellenlängenabhängigkeit des Gauntfaktors:

(28) $$\frac{W_\lambda}{P_\lambda} \sim \lambda$$

Danach wäre es sehr günstig bei grösseren Wellenlängen zu arbeiten, doch erstens werden die experimentellen und messtechnischen Schwierigkeiten sehr gross, und zweitens existieren in diesem Bereich keine genügend intensiven Lichtquellen.

Nach (27) muss also $\frac{L}{dy}$ möglichst gross gemacht werden. Hier erweist sich eine weitere Eigenschaft des Lasers von grossem Vorteil, nämlich die extrem gerichtete Ausstrahlung von praktisch parallelem Licht. Ist u der Divergenzwinkel des Laserstrahls, so bekommt man in der Brennebene einer Linse mit der Brennweite f einen Brennfleck der Grösse

(29) $$dy = f \cdot tg\, u \approx f \cdot u$$

Dies ist die einfachste Methode der Fokussierung. (Für den

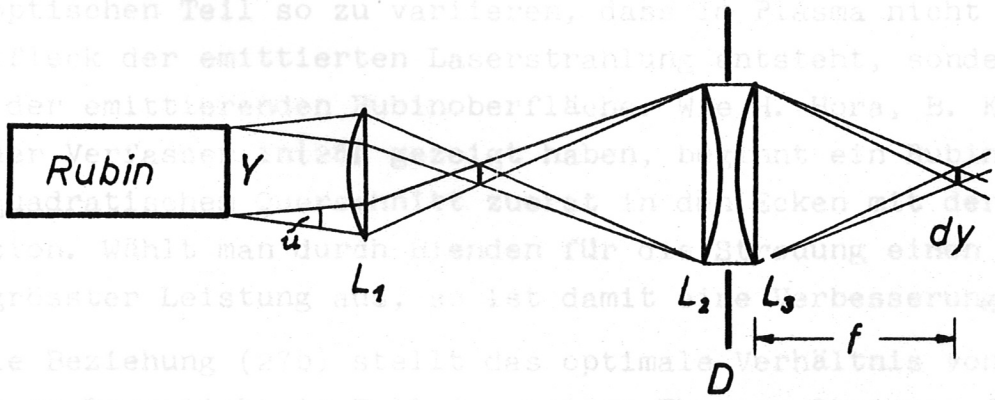


Abb. 7 Fokussierung des Laserstrahls ins Plasma

Rubinlaser genügt diese vereinfachte Betrachtungsweise; beim Gaslaser mit seiner viel kleineren Divergenz und seinen definierten Schwingungsformen müssen erstens die Intensitätsverteilung der emittierenden Endfläche und zweitens die Beugungseffekte berücksichtigt werden.)

Ein Optimum erreicht man schliesslich mit einer teleskopischen Anordnung nach Abb. 7. Die Linsen L_1 und L_2 mögen das teleskopische System bilden. Man wählt dazu den Abstand des Rubins mit dem Durchmesser Y von der Linse L_1 so, dass sein Bild in die Blende D fällt und erhält:

(30) $Y \cdot u = D \cdot u'$ und $dy = f \cdot u'$

Damit erhalten wir endgültig für diesen Fall der optimalen Fokussierung:

(27b) $$\frac{W_{\lambda_0}}{P''_{\lambda_0}} = 5{,}8 \cdot 10^{9} \, \frac{1}{n \cdot l} \cdot \frac{L}{Y \cdot u} \cdot \frac{D}{f}$$

Die charakteristische Grösse eines Lasers in Bezug auf unsere Streuversuche ist also der Quotient

$$\frac{\text{Strahlungsleistung}}{\text{Stabdurchmesser} \cdot \text{Divergenzwinkel}}$$

Durch ihn und das mögliche Öffnungsverhältnis D : f, mit dem man den Strahl ins Plasma fokussieren kann, ist der optimale Wert des Verhältnisses Streulicht zu Plasmalicht festgelegt.

Unter Umständen kann es schliesslich noch von Vorteil sein, den optischen Teil so zu variieren, dass im Plasma nicht ein Brennfleck der emittierten Laserstrahlung entsteht, sondern ein Bild der emittierenden Rubinoberfläche. Wie H. Hora, B. Kronast und der Verfasser in [26] gezeigt haben, beginnt ein Rubinstab von quadratischem Querschnitt zuerst in den Ecken mit der Laseremission. Wählt man durch Blenden für die Streuung einen Streifen grösster Leistung aus, so ist damit eine Verbesserung möglich.

Die Beziehung (27b) stellt das optimale Verhältnis von Streulicht zu Bremslicht im Fall der reinen Thomson-Streuung für ein H_2-Plasma dar. Bei Versuchen ist dabei auf einen möglichst kleinnen Verunreinigungsgrad zu achten, denn bekanntermaßen können schon geringe Zusätze an Verunreinigungen eine starke Erhöhung des Bremslichts bewirken. Insbesondere ist zu berücksichtigen,

dass bei Streuversuchen an anderen als an Wasserstoffplasmen die Rekombinationsstrahlung wie auch die Linienstrahlung beträchtlich werden können.

4.23 Differenzverfahren

Ist es nun gegebenenfalls unmöglich die Bedingung $\frac{W_{\lambda_0}}{P_{\lambda_0}} \geq 1$ zu erfüllen, so kann ein Differenzverfahren zur Elimination des Plasmalichts weiterhelfen. Man macht dabei von der Tatsache Gebrauch, dass das Plasmalicht nahezu unpolarisiert, das unter 90° gestreute Licht dagegen immer linear polarisiert ist. Durch eine Kalkspatplatte oder ein Wollaston-Prisma wird das nach Abb. 6 beobachtete Licht in zwei Kanäle $W_\lambda \Delta\lambda + P_\lambda'' \Delta\lambda$ und $P_\lambda^{\perp} \Delta\lambda$ aufgespalten, die parallel und senkrecht zur Schwingungsebene des gestreuten Lichts polarisiert sind. Beide Lichtbündel treffen dann auf Multiplier (selbstverständlich nach spektraler Zerlegung), und bildet man schliesslich elektronisch nach vorhergehendem Abgleich derPlasmalichtkomponenten die Differenz, so erhält man ein Signal, das allein der gestreuten Intensität entspricht. Mit diesem Verfahren wurde bei den ersten in [2] beschriebenen Versuchen gearbeitet.

Man kann die Methode abändern, indem man nicht die Differenz zwischen senkrecht zueinander polarisierten Komponenten bildet, sondern einfach zwischen dem Plasmalicht an der Messstelle und dem Plasmalicht an einer anderen Stelle im Spektrum, an der kein Streulicht vorhanden ist.

Diesen Differenzmethoden sind nun aber auch Grenzen gesetzt, und zwar einerseits durch die Genauigkeit der elektronischen Differenzbildung, andererseits durch das Rauschen, mit dem die Signale behaftet sind. Im folgenden wollen wir nur das Schrotrauschen betrachten, das durch die statistischen Schwankungen der aus der Photokathode des Multipliers ausgelösten Photoelektronen bedingt ist; wir vernachlässigen alle thermischen (das ist bei den hier auftretenden kurzen Zeiten möglich) sowie auch durch die Dynoden bedingten Rauschanteile. Bezeichnen wir ferner mit A die Photokathodenempfindlichkeit in Ampere pro Watt und mit a den Transmissionsgrad des Messteils, so erhalten wir das

mittlere Schwankungsquadrat des Kathodenstromes zu:

(31) $$\overline{(\Delta i_1)^2} = 2e \cdot a \cdot A \cdot (W_\lambda \Delta\lambda + P_\lambda'' \Delta\lambda)\Delta f$$

Δf = Bandbreite

Wir nehmen nun an: $W_\lambda \ll P_\lambda''$ und $P_\lambda'' \approx P_\lambda^\perp$

Das mittlere Schwankungsquadrat der Differenz wird dann:

(32) $$\overline{(\Delta i)^2} = 4e \cdot a \cdot A \cdot P_\lambda'' \Delta\lambda \cdot \Delta f$$

und das Signal/Rausch-Verhältnis mit $i = a \cdot A \cdot W_\lambda \Delta\lambda$

(33) $$\eta = \frac{i}{\sqrt{\overline{(\Delta i)^2}}} = W_\lambda \Delta\lambda \cdot \sqrt{\frac{aA}{4e\, P_\lambda'' \Delta\lambda \Delta f}}$$

Wie man sieht, ist es zweckmässig, Photokathoden mit möglichst hoher Kathodenempfindlichkeit zu wählen.

Formen wir für den Fall der klassischen Thomson-Streuung den Ausdruck (33) um, so erhalten wir:

(34) $$L = const \cdot \eta \cdot \frac{1}{\sqrt{a \cdot A}} \cdot \sqrt{\Delta f} \cdot \sqrt[4]{\kappa T_e}$$

Diese Beziehung ist in dieser Näherung unabhängig von der Dichte. Bei zu klein werdender Dichte wird sie natürlich ungültig, denn dann gilt die Voraussetzung $W_\lambda \ll P_\lambda$ nicht mehr. Bei vorgegebener Laserleistung, bei fester Temperatur und bei einem gewünschten Signal/Rausch-Verhältnis ist also die Bandbreite festgelegt, mit der maximal die Messung durchgeführt werden kann. Dazu kommt noch, dass man $\frac{W_\lambda}{P_\lambda''} \geq \frac{1}{100}$ wird fordern müssen, da eine elektronische Differenzbildung genauer als auf 1% nur mit erheblichem Aufwand möglich ist.

<u>Zahlenbeispiel:</u> $\eta = 10$, $T_e = 100$ eV, $\lambda_0 = 6943$ Å, $\Delta\lambda = 20$ Å, $l = 1$cm
$dy = 1$ mm., $dz = 1$ mm, $d\Omega = 10^{-2}$, $A = 10^{-2} \frac{\text{Amp}}{\text{Watt}}$
für eine S-20 Kathode, $a = 1/5$:
L [Watt] $\approx 350 \cdot \sqrt{\Delta f}$
$\Delta f = 25$ MHz bedingt dann $L \approx 1{,}75$ MWatt.

Die wirklich erforderlichen Strahlungsleistungen sind natürlich noch höher, da bei obiger Abschätzung keinerlei Schwankungen des Polarisationsgrades des Plasmalichts und damit der Komponenten P_λ'' und $P_\lambda^\perp$ berücksichtigt wurden.

Bei den ersten in [2] beschriebenen Streuversuchen wurde die Bandbreite mittels eines RC-Tiefpasses beschränkt. Die benötigte

Zeitkonstante ergibt sich bekannterweise zu $T = RC = \frac{1}{2\pi \Delta f}$

An dieser Stelle soll noch angeführt werden, dass bei Plasmen mit geringer Elektronendichte (z. B. $n_e < 10^{16}$ cm^{-3}) mit Rubinlasern bequem die Bedingung $W_\lambda \Delta\lambda \gg P_\lambda'' \Delta\lambda$ erreicht werden kann. Eine Differenzmethode erübrigt sich dann, und das Signalrauschen wird allein durch das Streusignal bestimmt. Für diesen Bereich erhalten wir:

$$L = const \cdot \eta^2 \cdot \frac{1}{aA} \cdot \Delta f \cdot \frac{\sqrt{kT_e}}{n} \tag{35}$$

Die notwendige Laserleistung ändert sich hier linear mit der Bandbreite und quadratisch mit dem gewünschten Signal/Rauschverhältnis.

5. Fehlerquellen bei Streuversuchen

5.1 Aufheizung des Plasmas durch den Laser

Von einem guten Diagnostikverfahren muss man verlangen, dass es das zu untersuchende Plasma in keiner Weise verändert. Bei einer Lichtstreuung mit herkömmlichen Lichtquellen wäre diese Voraussetzung ohne weiteres erfüllt gewesen, doch nun zeigen die Abschätzungen der vorhergehenden Abschnitte, dass extrem starke Laser benötigt werden, die zudem noch gut fokussiert werden müssen und so grosse lokale Bestrahlungsstärken im Plasma bewirken. Durch Absorption erfolgt auf diese Weise eine Plasmaaufheizung, die im folgenden abgeschätzt werden soll.

Der Laserstrahl wird bekannterweise beim Durchgang durch das Plasma nach dem Exponentialgesetz $L_z = L \cdot e^{-Kz}$ geschwächt; darin ist K die Absorptionskonstante. Die im beobachteten Volumen $d\tau = dx \cdot dy \cdot dz$ während der Zeit Δt absorbierte Energie ergibt sich dann zu:

$$\Delta E_a = K \cdot dz \cdot L \cdot \Delta t \qquad \text{für } K \ll 1 \tag{36}$$

Aus theoretischen Arbeiten folgt, dass der Absorptionsvorgang im wesentlichen durch inverse Bremsstrahlung beschrieben werden kann, und nach Spitzer [27] ergibt sich die Absorptionskonstante zu:

$$(37) \qquad \mathcal{K} = 3{,}42 \cdot 10^{6} \cdot \frac{n \cdot n_i \cdot Z^2}{\sqrt{\kappa T_e} \cdot \nu^3} \cdot g_{ff} \cdot \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{\kappa T}}\right)$$

g_{ff} ist der schon in (25) aufgetretene Gaunt-Faktor, und κT_e ist wieder in eV einzusetzen. In (37) ist dabei eine Verminderung der wirklichen Absorption durch induzierte Emission schon berücksichtigt.

Für die weiteren Überlegungen spielt nun die Zeit t_L eine Rolle, die der Laserstrahl bis zum Messzeitpunkt auf das Plasma wirkt. Ferner müssen wir die Zeit t_{ce} betrachten, nach der die Elektronen durch Stösse untereinander eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung angenommen haben, sowie auch die Thermalisierungszeit t_{ie}, nach der sich zwischen Elektronen und Ionen thermisches Gleichgewicht eingestellt hat. Zunächst nehmen wir den Fall, dass wir mit einem sog. Riesenpuls-Laser arbeiten, dessen Impulsdauer im allgemeinen kleiner als 30 nsec ist; berechnen wir nach Spitzer die Zeiten t_{ce} und t_{ie} für vollionisierte Wasserstoff-Plasmen, wie sie heute in Θ-Pinch-Anlagen erzeugt werden können ($n_e = 10^{16} \ldots 10^{17}$, $T_e = 5 \ldots 10^3$ eV), so haben wir ~~immer~~ den Fall vorliegen.

$$(38) \qquad t_{ie} > t_L > t_{ce}$$

Wir können daher annehmen, dass die absorbierte Energie im wesentlichen die Elektronen im Volumen $d\tau$ aufgenommen haben und erhalten:

$$(39) \qquad \Delta(\kappa T_e) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mathcal{K}}{n} \cdot \frac{1}{dx \cdot dy} \cdot \int_0^{t_L} L \, dt \qquad [\mathrm{W/sec}]$$

Für das vollionisierte Wasserstoff-Plasma ergibt sich mit (37) schliesslich eine maximale relative Aufheizung der Elektronen zu:

$$(40) \qquad \frac{\Delta(\kappa T_e)}{\kappa T_e} = 1{,}4 \cdot 10^{25} \cdot \frac{n}{(\kappa T_e)^{3/2}} \cdot \frac{g_{ff}}{\nu^3} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{\kappa T_e}}\right) \cdot \frac{1}{dx \cdot dy} \cdot \int_0^{t_L} L \, dt$$

Die relative Aufheizung ist also proportional der Dichte. Ferner ist zu beachten, dass sie quadratisch mit der Fokussierung zunimmt, während nach vorhergehenden Abschnitten das Verhältnis Streulicht zu Bremslicht nur linear damit zunahm, das absolute Streulicht sogar davon unabhängig war. Die Aufheizung kann somit insbesonders bei sehr dichten und relativ kalten Plasmen gegen

eine zu gute Fokussierung sprechen. Vergleicht man (4o) und (27a), so ist es im Hinblick auf die Aufheizung für ein gewünschtes Verhältnis Streulicht/Plasmalicht gegebenenfalls günstiger, die primäre Laserleistung um einen Faktor zu erhöhen als entsprechend besser zu fokussieren.

Wir haben bisher so getan, als bliebe die gesamte absorbierte Energie im beobachteten Volumen. Die effektive Aufheizung ist aber noch kleiner, da durch Wärmeleitung ein relativ rascher Temperaturausgleich mit dem übrigen Plasma erfolgt (die Wärmeabgabe durch Strahlung ist dagegen vernachlässigbar). Nach Landau-Lifshitz [28] hat sich dabei die Wärmeenergie nach einer Zeit t auf ein Gebiet verteilt, dessen lineare Dimension von der Grössenordnung l ist:

(41) $$l^2 \approx \chi \cdot t$$

χ = Temperaturleitfähigkeit

Benutzen wir die Wärmeleitfähigkeit nach Spitzer und setzen für die spezifische Wärme der Elektronen $C = 3/2 \cdot n \cdot \kappa$, so ergibt sich für Z = 1:

(42) $$l^2 = 1{,}3 \cdot 10^{21} \cdot \frac{(\kappa T_e)^{\frac{5}{2}}}{n \cdot \ln\Lambda} \cdot t$$

l in cm, t in sec.

<u>Zahlenbeispiel:</u> Wir nehmen einen Laserpuls mit einer maximalen Leistung von 5 MW und einer Dauer von 3o nsec und führen die Messung im Maximum durch:

$\int_0^{t_L} L \cdot dt = 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ Ws, $n = 10^{17}$ cm^{-3}, $T_e = 10$ eV, $g_{ff} = 1{,}6$, $\ln\Lambda = 7{,}6$, dx = dy = 1 mm, $\lambda_0 = 6943$ Å, $\frac{\Delta(\kappa T_e)}{\kappa T_e} = 0{,}1\%$,

$$l^2 = 5{,}4 \cdot 10^5 \cdot t$$

Wie man sieht, ist die Aufheizung vernachlässigbar. Dazu kommt, dass sich der Ausgleich mit dem übrigen Plasma auch schon bemerkbar zu machen beginnt.

Anders liegen die Verhältnisse, wenn man mit einem normalen Rubinlaser mit einer Dauer von etwa 1 msec an einem stationären Plasma messen will. Hier ist immer $t_L \gg t_{ie}$. Die Aufheizung

verteilt sich gleichmässig auf Ionen und Elektronen und durch Wärmeleitung auch auf das ganze Plasma.

(Ein Diagramm der Absorptionskonstanten findet man für einen grossen Parameterbereich bei H. Hora [29]).

5.2 Streuung an Neutralteilchen

Bei den bisherigen Überlegungen hatten wir immer ein voll-ionisiertes Plasma vorausgesetzt, und zwar im wesentlichen ein Wasserstoffplasma. Will man nun Streuversuche an relativ kalten Plasmen oder etwa in den Anfangsstadien einer Entladung machen, so muss man auch die Streuung an Atomen betrachten. Der totale Streuquerschnitt ist hier nach Rayleigh für ein einzelnes Teilchen:

$$\sigma_R = \frac{128\pi^5}{3} \cdot \frac{1}{\lambda^4} \cdot \alpha^{*2} \quad [cm^2] \tag{43}$$

Darin ist α^* die Polarisierbarkeit.
Für Wasserstoff ist σ_R nach Unsöld [30] bei $\lambda_0 = 6943$ Å ungefähr 10^{-4} des Streuquerschnitts für ein Elektron, also vernachlässigbar. Beträchtlich kann allerdings die Rayleigh-Streuung in sog. geimpften Plasmen mit hoher Neutralgasdichte werden.

Hier muss nun auch der verheerende Einfluss eventuell vorhandener Staubteilchen erwähnt werden. Hat ein Staubteilchen z.B. einen Durchmesser von der Grösse der Wellenlänge, so ist der Streuquerschnitt am grössten und etwa gleich dem geometrischen Querschnitt also $\frac{1}{4}\lambda_0^2\pi \approx 10^{-8}$ cm^2. Wie man sieht, ist dieser maximale Streuquerschnitt 10^{15} mal so gross wie der für ein freies Elektron. Da mit steigendem geometrischen Querschnitt der Teilchen nach Mie die Vorwärtsstreuung immer stärker wird, wirkt sich das Vorhandensein eventueller Staubteilchen bei Streulichtmessungen unter kleinen Winkeln besonders stark aus. Auf grosse Sauberkeit ist also zu achten. Der Gehalt an Staubteilchen muss dann durch Nullversuche festgestellt werden. Bei Untersuchungen des Streulichtspektrums zur Messung der Temperatur allerdings kann das von Staubteilchen oder Atomen herrührende Streulicht insofern erkannt werden, als es infolge der kleineren thermischen Geschwindigkeit der Teilchen im Gegensatz zu dem an den freien Elektronen gestreuten Anteil praktisch nicht dopplerverbreitert ist.

5.3 Weitere Fehlerquellen

Wie schon früher dargelegt wurde, ist das Verhältnis von Streulicht zu primär einfallendem Licht etwa von der Grössenordnung 10^{-12}. Man kann sich daher leicht vorstellen, dass das an Linsen und am Ein- und Austrittsfenster des Entladungsgefässes irregulär gestreute und reflektierte primäre Laserlicht, das auf irgendwelchen Wegen durch Vielfachreflexion in den Messtrahlengang kommt, um viele Grössenordnungen stärker ist als das zu messende Streulicht vom Plasma her. Je nachdem, was für ein Spektrum man vorliegen hat und welchen Teil davon man messen will, muss dieses allerdings nicht verbreiterte Falschlicht entsprechend herabgesetzt werden. Der Aufwand (Blendensysteme, Lichtfallen usw.) wird am grössten, wenn man z.B. die Zentrallinie in Fällen $\alpha \gg 1$ untersuchen will. Hier sollte das Falschlicht praktisch ganz unterdrückt sein. Der geringste Aufwand wird bei Messungen eines Gauss-Profils verlangt, denn hier benötigt man unter Umständen keine Messpunkte im Maximum, wo das Falschlicht nur vorhanden ist. Man muss allerdings darauf achten, dass der monochromatische Falschlichtanteil, den jeder Spektralapparat von einer Linie über den ganzen Spektralbereich erzeugt, an der Messstelle genügend klein ist. Gegebenenfalls muss man anstelle eines Einfachmonochromators einen Doppelmonochromator benützen.

Nicht unerwähnt darf schliesslich eine Eigenschaft von gepulsten Rubinlasern bleiben, die als Lichtverschluss eine mit Nitrobenzol gefüllte Kerr-Zelle haben. Nach Hellwarth [31] beobachtet man in ihr das Auftreten von induzierten Raman-Linien. Ihre Intensität wird besonders bei hohen Laserleistungen beträchtlich. Ihr Vorhandensein muss daher durch Nullversuche bei Streumessungen festgestellt werden. Vermieden werden sie von vornherein, wenn man sog. Pockels-Zellen mit einem KDP-Kristall als aktivem Medium verwendet.

5.4 Grenzen der benutzten Streutheorie

Durch Fokussierung der hohen Laserleistungen erreicht man hohe elektrische Feldstärken, deren Amplitude gegeben ist durch:

$$E_0 = 19{,}4 \cdot \sqrt{\frac{L}{dy^2}} \left[\frac{V}{cm}\right] \tag{44}$$

L in Watt, dy in cm.
Mit den hohen Intensitäten des Lasers können nun die Elektronen durch das hohe elektrische Feld eine solche Beschleunigung erfahren, dass sie Geschwindigkeiten erreichen, bei denen die Lorentz-Kraft bedingt durch die magnetische Feldstärke der einfallenden Welle nicht mehr vernachlässigbar ist, wie es in (4) bei der Ableitung der Streuformel angenommen wurde. Das wird dann der Fall, wenn sich die Geschwindigkeit der Elektronen der Lichtgeschwindigkeit nähert. Quantenelektrodynamisch wurde diese Grenze für freie Elektronen auch von P. Stehle [32] abgeleitet. Sie liegt für $\lambda_0 = 6943$ Å bei Bestrahlungsstärken von etwa 10^{20} W/cm^2 (entspricht $E_0 = 2 \cdot 10^{11}$ V/cm).

Heutzutage stehen bereits Gigawatt-Laser zur Verfügung. Mit dy = 1 mm erreicht man aber erst Bestrahlungsstärken von 10^{11} W/cm^2.

Im anderen Grenzfall, dass man nämlich von vornherein sehr heisse Plasmen hat, muss man ebenfalls relativistische Korrekturen bei der Berechnung der Dichtefluktuationen anbringen. Dies wurde von R.A. Pappert [33] durchgeführt.

Zum Schluss soll noch folgender Punkt erwähnt werden. Löst man die Bewegungsgleichung der freien Elektronen in einem Strahlungsfeld in höherer Ordnung, so treten in der Streustrahlung harmonische Oberwellen auf. Der Streuquerschnitt für die 1. Oberwelle ist dabei nach Vachaspati und S.L. Punhani [34] gegeben durch

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-10} \cdot \frac{L}{dy^2} \cdot \lambda^2 \cdot \sigma_{Th} \quad [cm^2] \tag{45}$$

L/dy^2 in W/cm^2, λ in cm.
Wie alle nichtlinearen Effekte hängt er von der Intensität ab. (Verlangt man $\sigma_1 \approx \sigma_{Th}$, so kommt man interessanterweise mit L/dy^2 fast wieder an die oben angegebene Grenze von 10^{20} W/cm^2).

Auf die nichtlinearen Effekte bei der Streuung unter Anwesenheit von Magnetfeldern soll hier nicht eingegangen werden, ebenso auf die Einschränkungen, die bei der Berechnung der Dichtefluktuationen nach [12] gemacht wurden. Erwähnt muss nur werden, dass die Theorie unter der Annahme abgeleitet wurde, dass viele Teilchen im Debye-Volumen enthalten sind ($n \lambda_D^3 \gg 1$). Bei sehr dichten und relativ kalten Plasmen ist dies nämlich nicht der Fall.

6. Experimenteller Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht im wesentlichen aus der Θ-Pinch - Anlage, dem Laser und dem Messteil. Diese 3 Teile sollen im folgenden beschrieben werden.

6.1 Θ-Pinch - Anlage

Die Entwicklung der Streulichtmessungen als gutes Diagnostikverfahren konnte prinzipiell an jedem sauberen Plasma geeigneter Dichte durchgeführt werden. Da jedoch die ersten Anwendungen an Θ-Pinch - Anlagen erfolgen sollten, war es günstig, das Verfahren auch gleich an einem solchen Plasma zu entwickeln.

Zu diesem Zweck wurde eine kleine Θ-Pinch - Anlage aufgebaut. Ihre Daten sind:

Kapazität	42,6 µF
Ladespannung	18 kV
Energieinhalt der Batterie	7,5 kJ
Spulenlänge	18,9 cm
Spulendurchmesser	5,5 cm
Periodendauer	7,1 µsec

Zur Beobachtung in radialer Richtung hatte die Spule in der Mitte einen Schlitz von 12 mm Breite. Eine schwache Vorionisierung war durch eine Kabelentladung über 2 Ringelektroden am Entladungsgefäss möglich.

Um das in Abschnitt 5.3 erwähnte falsche Streulicht vom primären Laserstrahl her möglichst klein zu machen, wurden folgende einfache Massnahmen ergriffen: An das Entladungsgefäss wurden im Schlitz in der Mitte der Spule zwei in Beobachtungsrichtung diametral gegenüberliegende Kegelstutzen angeblasen. Ihre Wandneigung wurde so festgelegt, dass von den Wänden kein Licht in den Messteil kommen konnte. Die Endplatten an diesen Stutzen und auch am Entladungsrohr wurden ferner nicht aufgekittet sondern über Messingflansche mit Gummidichtungen durch den äusseren Luftdruck an die Rohrenden gedrückt. Durch das Metall sollte vermieden werden, dass im Glas der Fenster gestreutes Licht durch Lichtleitereffekte an die Stellen des Entladungsgefässes kommt, die vom Messteil gesehen werden. Ein wesentlicher Anteil dieses Falsch-

lichts wird nun durch das am Austrittsfenster reflektierte primäre Laserlicht hervorgerufen. Deshalb konnte an dieser Seite des Entladungsrohres eine Blendenkammer zwischen Rohr und Endplatte eingebaut werden. Erwähnt soll hier noch werden, dass durch Anbringung der Fenster unter dem Brewster-Winkel bei polarisiertem Laserlicht diese Reflexion am Endfenster und damit das Falschlicht vermindert wird. Dies wurde bei der Anwendung dieses Streuverfahrens an einer anderen Anlage ausgenutzt.

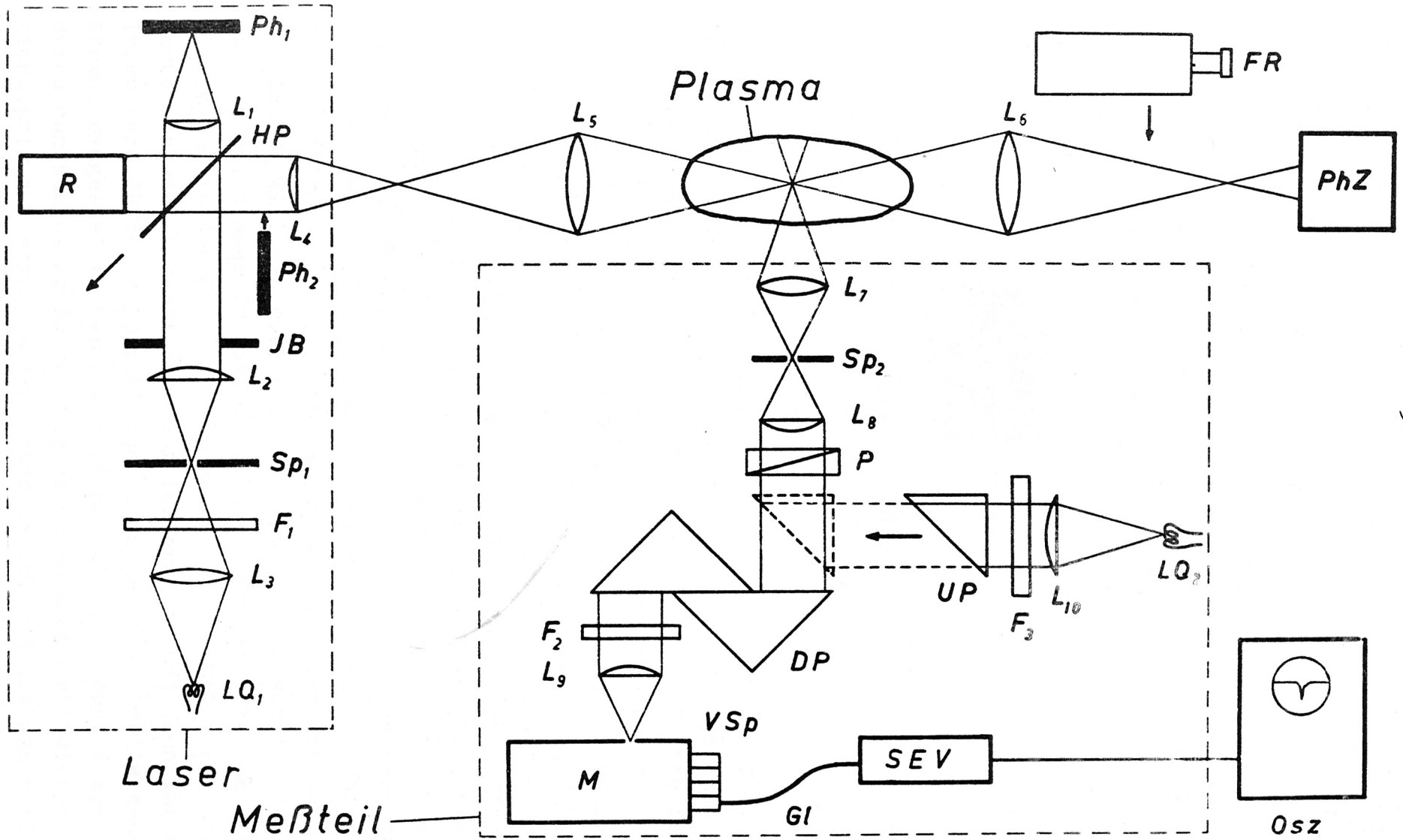
Im Vakuumsystem konnte infolge der verwendeten Vakuum-Kleinbauteile mit vielen Gummidichtungen im allgemeinen eine Leckrate viel besser als 10^{-5} Torr · l · sec^{-1} nicht erreicht werden. Um aber trotzdem reproduzierbare Bedingungen und ein relativ sauberes Füllgas zu erreichen, wurde im Durchstrombetrieb gearbeitet und nahe am Entladungsrohr eine mit flüssigem Stickstoff gefüllte Kühlfalle angebracht. Nach jeder Entladung konnte durch Öffnen eines Ventils bei nachströmendem Füllgas dieses mit den Verunreinigungen zusammen kurz abgepumpt werden, während sich dann über eine Umwegleitung passenden Querschnitts wieder der konstante Druck im stationären Durchfluss einstellte.

6.2 Riesenpuls-Laser

Laser mit Leistungen grösser als 1 MWatt stehen heutzutage nur in Form der gepulsten Rubinlaser zur Verfügung. Bei diesen nach dem sog. "Q-switch"-Verfahren arbeitenden Lasern wird durch eine Kombination Kerr-Zelle mit Polarisator der optische Resonanzraum zunächst verstimmt, so dass keine Laserwirkung stattfinden kann. Hebt man aber nach Erreichung einer entsprechend grossen Besetzungsinversion im Kristall diese Verstimmung genügend schnell auf, so findet die Laseremission in einem einzigen Impuls von sehr grosser Intensität statt. Der bei den folgenden Versuchen verwendete Laser wurde von G. Weiser [35] beschrieben, deshalb wird hier nicht weiter auf ihn eingegangen.

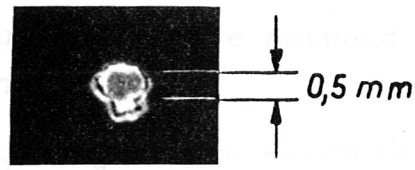
Für die Justierung der Anlage ist es nun zweckmässig, die Laseremission zu imitieren. Dazu wurde eine einfache, bequeme Anordnung benutzt, wie sie in Abb. 8 zu sehen ist. Über eine dünne halbdurchlässige Platte HP und die Linse L_1 entsteht auf einer geschwärzten Photoplatte Ph_1 ein Brennfleck der emittierten Laser-

Abb. 8



R=Rubinstab; Ph_1,Ph_2=Photoplatten; L_1...L_{10}=Linsen; JB=Irisblende; HP=Halbdurchlässige Platte; Sp_1,Sp_2=Spalte; P=Polarisator; F_1,F_2,F_3=Rotfilter RG2; LQ_1,LQ_2=Lichtquellen; PhZ=Photozelle; UP=Umlenkprisma; DP=Drehprisma; M=Monochromator; FR=Fernrohr VSp=Vielfachspalt; Gl=Glasfaserbündel; Osz=Oszillograf; SEV=Sekundärelektronenvervielfacher.

strahlung, siehe Abb. 9. (Diese Methode der momentanen Sichtbarmachung einer intensiven Laserstrahlung hat sich bei Untersuchungen an Lasern bestens bewährt und ist äusserst einfach und schnell. Eine Photoplatte wird vollständig belichtet und dann



Brennfleck f = 10 cm

Abb. 9

normal entwickelt und fixiert. Schiesst man jetzt auf die schwarze Platte einen intensiven Laserstrahl, so kann man je nach Intensität verschiedene Grade an Verbrennungen auf der Platte feststellen: bei den stärksten Intensitäten verdampft sogar die Schicht und die Platte wird durchsichtig, während schwache Intensitäten nur ein leichtes Hellerwerden der Schicht bewirken. Man hat auf diese Weise nach jedem Schuss sofort und dauerhaft die Intensitätsverteilung der Laserstrahlung an der betreffenden Stelle). Mit der Kombination Lichtquelle LQ_1 - Linse L_3 - Spalt Sp_1 - Linse L_2 wird jetzt auf dem Teil des Brennflecks, der vom Messteil im Plasma gesehen werden soll, ein Bild des Spalts erzeugt. Durch Reflexion am halbdurchlässigen Spiegel erhalten wir dasselbe Bild gleichzeitig auch über L_4 und L_5 an der interessierenden Stelle im Plasma. Will man gleichzeitig noch den Querschnitt des Laserstrahls bei dieser Imitation erfassen, so wird eine weitere Photoplatte Ph_2 in den Strahlengang gebracht, ein Bild der Intensitätsverteilung des Laserstrahls auf ihr erzeugt und dann durch die Irisblende IB der entsprechende Querschnitt im imitierenden Lichtstrahl eingestellt. Der eigentliche Laser, in Abb. 8 symbolisiert durch den Rubinstab R, befindet sich zusammen mit dieser Imitationsoptik auf einer festen Grundplatte, und die ganze Einheit mit dem jetzt kontinuierlichen Lichtstrahl kann durch Schrauben in jede benötigte Richtung zum Plasma hin eingestellt werden.

Nach der endgültigen Justierung zusammen mit dem Messteil wird natürlich die halbdurchlässige Platte aus dem Strahlengang entfernt. Als Monitor kann eine Photozelle am Ende des Strahlengangs dienen.

6.3 Messanordnung

Die unter dem Begriff Messteil zusammengefasste optische Anordnung ist ebenfalls eine feste Einheit, die als Ganzes an das Plasma hingefahren und in alle notwendigen Richtungen eingestellt werden kann.

Die Linsen L_7 - L_8 - L_9 bilden einen durch den Spalt Sp_2 genau festgelegten Querschnitt im Plasma auf den Eintrittsspalt des Monochromators M ab (vergleiche Abb. 6). Im parallelen Strahlengang zwischen L_8 und L_9 befindet sich zunächst ein Polarisator zur Elimination der Plasmalichtkomponente, die senkrecht zum Streulicht polarisiert ist. Zwei unter 45° zueinander geneigte Porroprismen bewirken dann eine Drehung des horizontal liegenden Spaltbildes um 90° auf den vertikal stehenden Eintrittsspalt des Monochromators. Das Rotfilter F_2 dient schliesslich noch zur Verkleinerung des polychromatischen Falschlichts im Monochromator. Als solcher wird ein Gittermonochromator von Bausch & Lomb verwendet (Gitter 600 Strich/mm, Blaze-Wellenlänge bei 7500 Å, lineare Dispersion 33 Å/mm). Zwischen Spalt Sp_2 und $Linse_8$ kann für die in Abschnitt 4.23 beschriebene Differenzmethode entweder ein Wollaston-Prisma oder eine Kalkspatplatte gebracht werden. Am Eintrittsspalt des Monochromators entstehen dann zwei übereinanderliegende, senkrecht zueinander polarisierte Bilder des Spalts Sp_2. Für dieses Differenzverfahren ist es wesentlich, dass die Aufspaltung sofort nach dem Spalt Sp_2 erfolgt, ehe durch irgendeine Reflexion eine Veränderung der Polarisationsverhältnisse erfolgen kann. Da der Monochromator ferner für beide Polarisationskomponenten verschiedene Transmission aufweist (bei 6500 Å wurde ein Verhältnis 2:3 gemessen), ist es zweckmässig, in den Strahlengang noch ein $\lambda/4$ - Blättchen zu bringen.

Das aus dem Monochromator kommende Licht wurde bei den ersten Versuchen direkt auf einen Multiplier abgebildet. Es zeigte sich jedoch bald, dass infolge der schlechten lokalen Reproduzierbarkeit

des Plasmas die genaue Messung eines Streuspektrums nicht möglich war. Daher wurde direkt an den Austrittsspalt des Monochromators ein aus 13 Teilen bestehender Vielfachspalt VSp gebaut. Jeder Einzelspalt hat eine Breite von o,5 mm (entspricht 16,5 Å), eine Höhe von 2 mm und besteht aus 1oo μ dicken Glasfasern, die mit Araldit zusammengekittet sind. Das andere Ende dieser Faserbündel führt jeweils direkt vor die Photokathode eines RCA 7265 Multipliers. (Infolge der hohen Quantenausbeute bei 7ooo Å kommen für die Streulichtmessungen nur Multiplier mit einer Multi-Alkali-Kathode (S-2o) in Frage). Von diesen gehen dann abgeschirmte Messkabel zu Oszillografen in einer Messkabine.

Für die Justierung von Laser und Messteil zueinander ist es zweckmässig, auch das vom Messteil im Plasma erfasste Volumen sichtbar zu machen. Dazu dient das Umlenkprisma UP mit der Linse L_{1o} und der Lichtquelle LQ_2. Das Prisma wird in den Messtrahlengang vor L_8 gefahren, und auf diese Weise erhalten wir im Entladungsgefäss ein Bild des Spaltes Sp_2.

Bringt man jetzt die Bilder von Sp_1 und Sp_2 im gewünschten Punkt im Entladungsgefäss zur Deckung, so ist die Anlage justiert. Da bei den im folgenden beschriebenen Messungen das Entladungsgefäss aus vakuumtechnischen Gründen aus der Θ-Pinch Spule nicht entfernt werden konnte, wurde mittels eines Magneten eine im Gefäss eingeschlossene Mattscheibe an die interessierte Stelle gebracht. Die beiden Spaltbilder konnten dann nach Entfernung von L_6 mit einem Fernrohr auf der Mattscheibe beobachtet werden.

7. Messergebnisse

7.1 Messung von Streuspektren

Mit der in Abschnitt 6 behandelten Anordnung konnten nun Streuspektren aufgenommen werden. Aus den zahlreichen Messerien werden im folgenden jeweils typische Beispiele ausgewählt und diskutiert. (Auf Messungen mit dem Differenzverfahren wird nicht eingegangen, da diese bereits in [2] und [3] abgehandelt wurden).

Der Fülldruck im Entladungsgefäss war o,125 Torr H_2, die Zündung erfolgte in der 2. Halbwelle mit einem mittleren parallel eingefangenen Magnetfeld von etwa 1 kGauss (ohne Vorionisierung). Messungen mit antiparallel eingefangenem Feld waren nicht möglich, da nach der 1. Kompression das Plasmalicht praktisch verschwand, und auch kein Streulicht zu finden war. Das kann nach Eberhagen und Glaser [36] damit erklärt werden, dass durch die beiden Kegelstutzen ein Aufreissen der Plasmasäule in der Beobachtungsebene bewirkt wird.

Der Laserstrahl wurde so in das Plasma fokussiert, dass der in Abb. 9 angedeutete Querschnitt von o,5 mm Höhe vom Messteil erfasst wurde. Mit dz = 1 mm war damit das beobachtete Volumen etwa 1/2 mm^3. Der Eintrittsspalt des Monochromators war o,5 mm, sein Bild am Austrittsspalt ist dann 16,5 Å breit.

Das am Austrittsspalt gemessene Linienprofil entsteht nun durch Faltung des wirklichen Profils mit der Apparatefunktion. Diese kann hier durch ein Rechteck der Breite 16,5 Å angenähert werden, da bei obiger Breite des Spaltbildes die Beugungsfunktion vernachlässigbar ist. Die zu erwartenden Halbwertsbreiten sind ferner für den Fall des Gauss-Profils grösser als 65 Å (entspricht T_e = 4 eV). Daher kann man zeigen, dass hier die Faltung mit obigem Rechteckprofil vernachlässigbar ist. (Einer Faltung zweier Funktionen entspricht die Multiplikation ihrer Fourier-Transformierten. Für eine Abschätzung braucht man also nur diese zu betrachten).

Im Falle der Übergangs- und der Korrelationsprofile liegen die Verhältnisse allerdings nicht so einfach. Während letztere in folgenden Messungen nicht vorkommen und daher nicht diskutiert werden, wollen wir für das Übergangsprofil folgende vereinfachte Betrachtung machen: wir betrachten getrennt die beiden Komponenten $S_i(\mathcal{P},\omega)$ und $S_e(\mathcal{P},\omega)$. Bis zu α-Werten von 1,5 haben sich die Satellitenlinien noch nicht allzu stark ausgebildet und sind auch noch relativ breit. Bis hier können wir daher die Faltung mit obigem Rechteckprofil ebenfalls noch vernachlässigen, und zwar um so eher, je kleiner α ist. Die sich in diesem Gebiet ausbildende Zentrallinie hat allerdings dagegen nur eine Breite von einigen Å (und zwar z.B. 4 Å bei 1o eV). Wir haben dann den Fall, dass das

Spaltbild viel grösser ist als die Linienbreite. Das Bild der Linie am Austrittsspalt ist daher in grober Näherung ein Trapez, dessen Grundlinie gegeben ist durch Spaltbreite + Linienbreite, und dessen Decklinie gleich der Spaltbreite allein ist. Mit Austrittsspalten, die gleich dem Eintrittsspalt sind, ist daher eine Auflösung der Zentrallinie nicht möglich. Setzt man einen Austrittsspalt genau auf diese, so bekommt man aber näherungsweise die integrierte Intensität $S_i(k)$. Messungen der Zentrallinie sind auch nur dann möglich, wenn das Falschlicht vom Laser her weitgehendst unterdrückt ist.

Ein weiteres Problem ist die Relativeichung der einzelnen Kanäle. Hier geht zunächst die Durchlasskurve des Monochromators sowie die spektrale Empfindlichkeitskurve der Multiplier ein, die für jeden anders verläuft. Im Mittel ergab sich bei $\lambda_0 = 6943$ Å bei einer Verschiebung um 100 Å insgesamt eine Änderung der Empfindlichkeit eines Kanals um 16%. Hinzu kommt noch, dass in der kleinen Messkabine infolge sehr vieler Geräte diese sich sehr stark erwärmen, und so über längere Zeiten eine Konstanz der Empfindlichkeiten sowie der Spannungen an den Multipliern nicht mehr gewährleistet ist.

Es wurde deshalb bei allen Messungen eine Relativeichung mittels der Bremsstrahlung gemacht. Nach (25a) ändert sich die Bremsstrahlung bei $\Delta\lambda = 100$ Å etwa um 3%, was vernachlässigt werden kann. Durch Vergleich des Plasmalichts während der ganzen Entladung ergaben sich auf allen Kanälen die gleichen Verhältnisse (mit Ausnahme bis zur ersten Kompression). Daraus kann geschlossen werden, dass die Anwendung der Formel (25a) gerechtfertigt ist und keine Linienstrahlung in den betreffenden Kanälen auftritt. Diese Methode hat den grossen Vorteil, dass man bei jeder Messung die momentane relative Empfindlichkeit sofort mitgeliefert bekommt.

Vor einer Messung wird nun zunächst der Falschlichtanteil vom primären Laser her auf allen Kanälen bestimmt. Da ferner die Intensität des Lasers in Bezug auf die Streumessungen noch relativ klein ist, ist es zweckmässig, die Streuversuche zu den Zeitpunkten der Entladung durchzuführen, an denen die Schwankungen des Plasmalichts sehr klein sind. Bei der benutzten Anlage erwies es sich als günstig, Streuversuche etwa 2,5 µsec (Halbperiode 3,55 µsec) nach

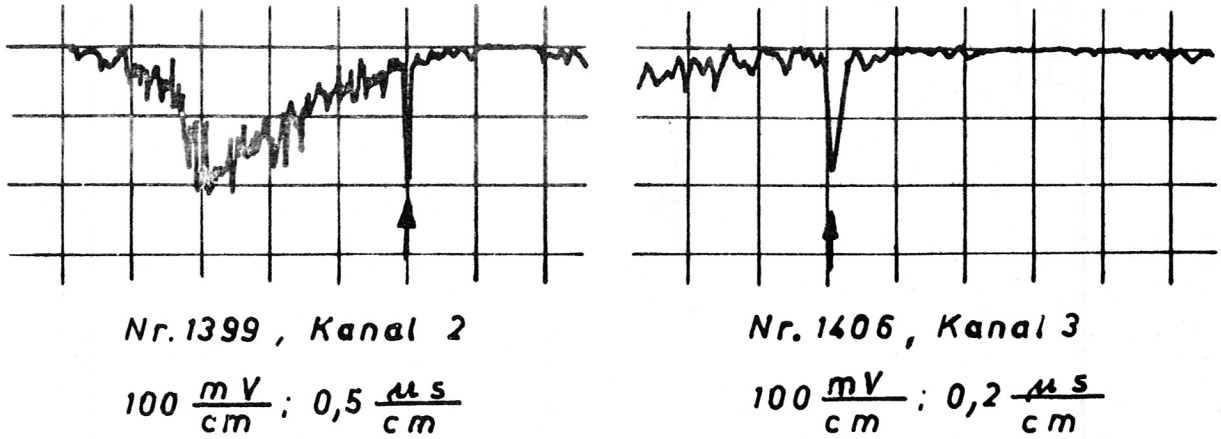


Abb. 1o Beispiele für Streulichtsignale

Zündung der Entladung in der Achse der Spule zu machen. Abb. 1o zeigt zwei Beispiele eines Streulichtsignals zu diesem Zeitpunkt auf verschiedenen Kanälen mit verschiedener Zeitablenkung (Kanäle ca. 21 und 37 Å von der Mitte entfernt). Der Messfehler ist im wesentlichen durch die Schwankungen des Plasmalichts gegeben, da eine Abschätzung zeigt, dass der mittlere statistische Eigenfehler des Signals vernachlässigbar ist. (Für die Streulichtsignale der Abb. 1o z.B. ergibt sich mit einer Bandbreite von 25 MHz ein Signal/Rauschverhältnis von $\eta \approx 33$). Diese Schwankungen des Plasmalichts bedingen auch einen Fehler bei der Relativeichung der einzelnen Kanäle. Dieser kann jedoch durch Mittelbildung über mehrere Zeitpunkte während einer Entladung relativ klein gemacht werden.

Abb. 11 und 12 zeigen nun 2 Beispiele gemessener Streuspektren. Durch die Messpunkte wurde die am besten passende Kurve nach der Theorie von E.E. Salpeter [12] gelegt. Während Abb. 11 ein Spektrum ist, das von der Laserwellenlänge (6943 Å) aus zu kleineren Wellenlängen hin aufgenommen wurde, wurde das Spektrum der Abb. 12 zu grösseren Wellenlängen hin gemessen. Der Unterschied der beiden Spektren zeigt die schlechte lokale Reproduzierbarkeit des Plasmas.

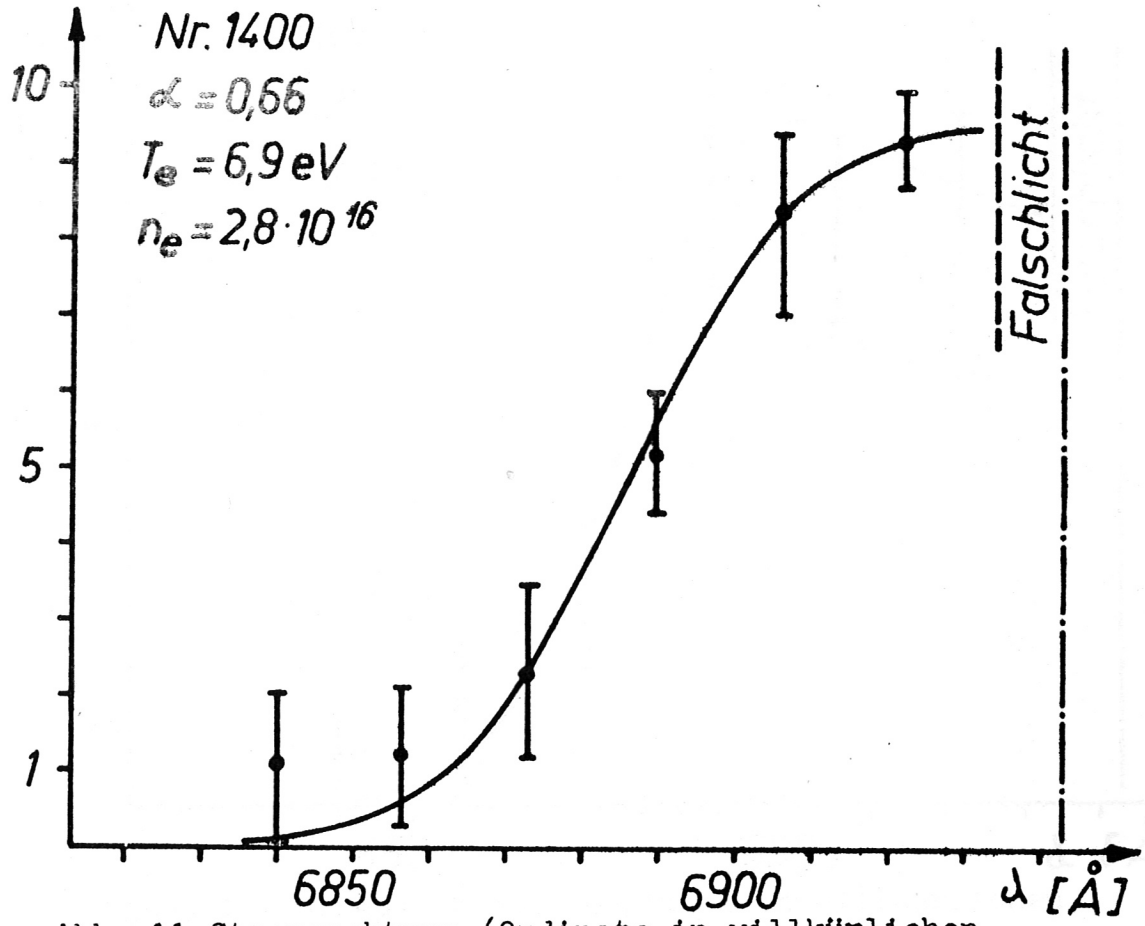


Abb. 11 Streuspektrum (Ordinate in willkürlichen Einheiten)

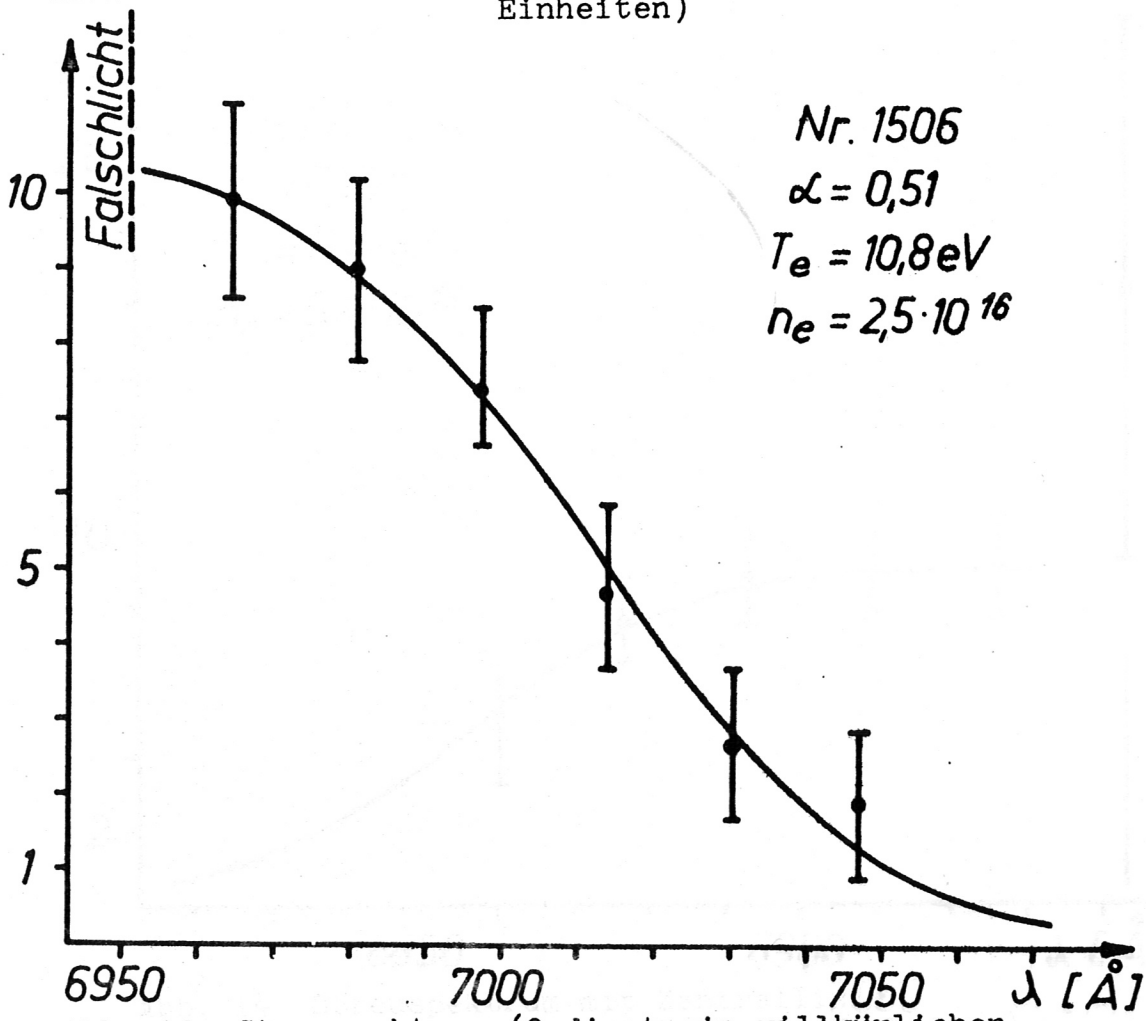


Abb. 12 Streuspektrum (Ordinate in willkürlichen Einheiten)

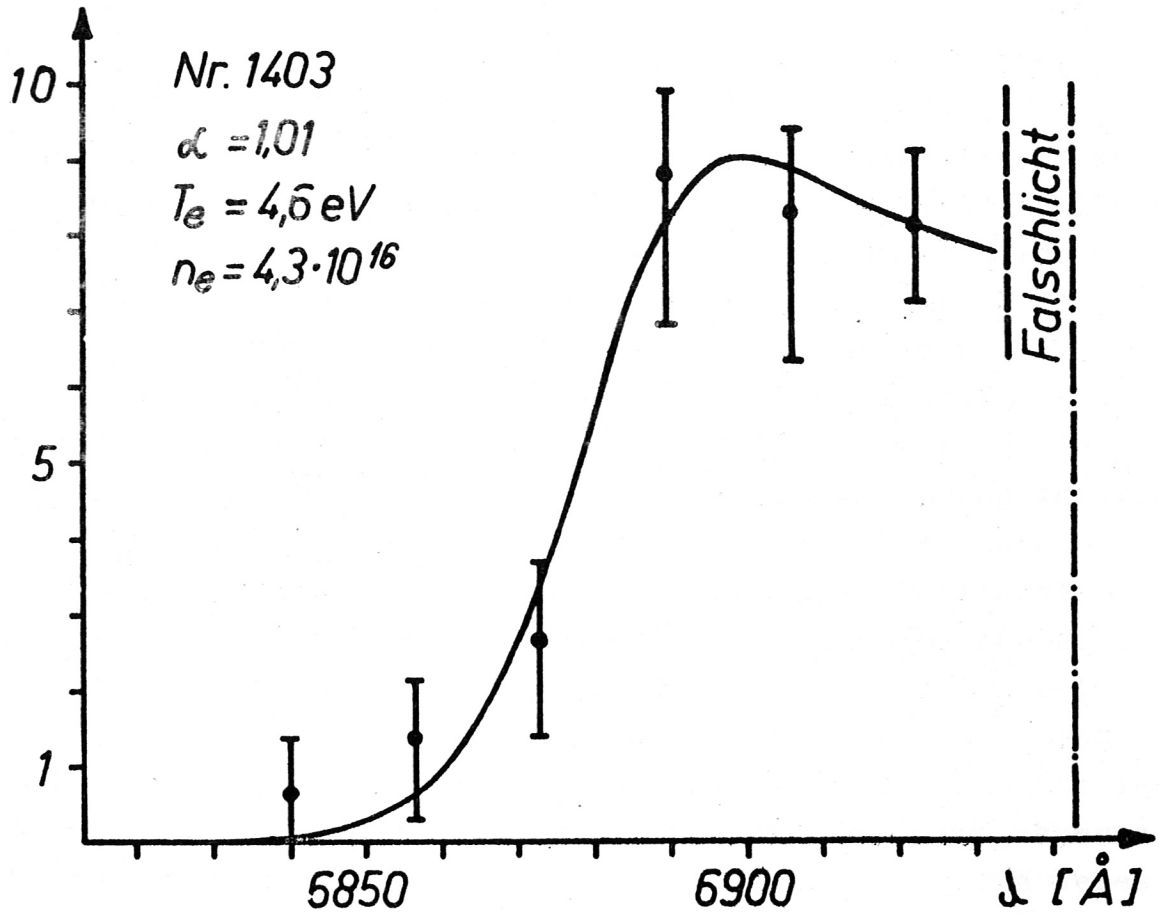


Abb. 13 Streuspektrum (Ordinate in willkürlichen Einheiten)

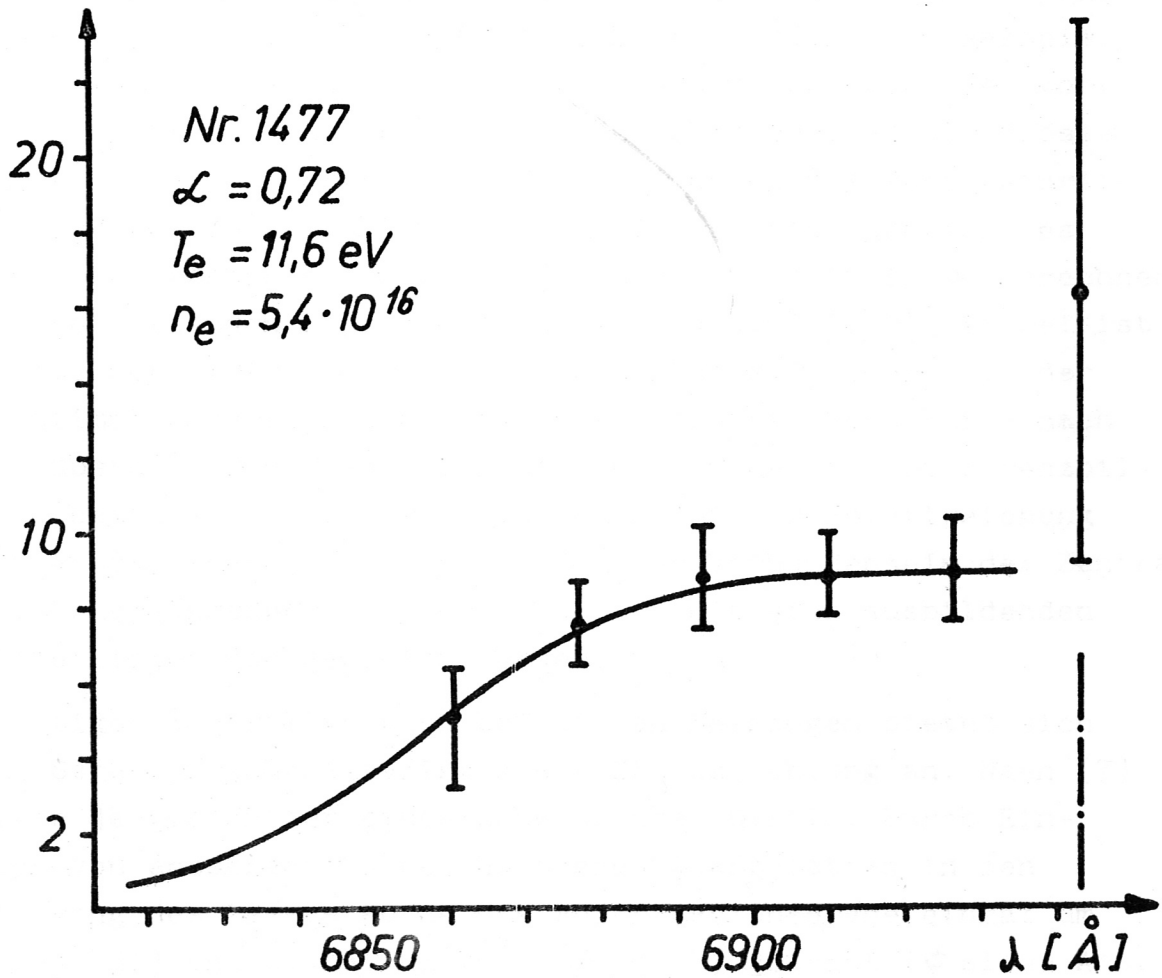


Abb. 14 Streuspektrum mit Zentrallinie (Ordinate in willkürlichen Einheiten)

Dazu kommt noch, dass bei vorliegenden Messungen nicht immer exakt auf den gleichen Ort im Plasma eingestellt wurde. Abb. 13 schliesslich zeigt ein gemessenes Spektrum, bei dem die sich ausbildende Satellitenlinie schon deutlicher hervortritt (siehe auch [37]). Eine Messung in der Mitte des Spektrums war bei diesen Beispielen infolge des grossen Falschlichts vom Laser her nicht möglich. (Falschlicht etwa 3o bis 6o mal so gross wie ein Streusignal). Durch gleichzeitige Erneuerung aller Fenster des Entladungsgefässes, die von aufschlagendem Plasma immer matt werden, sowie durch sorgfältigste Zentrierung von Laser und Messteil war es schliesslich möglich, das Falschlicht weiter herabzudrücken, so dass es bei einer Messerie nur 5 bis 15 mal so gross wie die Streulichtsignale im Zentrum des Spektrums war. Hier wurde es durch Differenzbildung mit Schüssen ohne Plasma möglich, auch Messpunkte in der Mitte des Spektrums zu bekommen. Ging man mit den Messkanälen immer näher an diese Mitte heran, so wurde auf dem innersten Kanal ein stärkeres Ansteigen des Streulichts festgestellt, als es auf Grund der äusseren Kanäle der Fall sein sollte: das kann dann nur mit einer vorhandenen Zentrallinie $S_i(k,\omega)$ erklärt werden. Ein Beispiel sehen wir in Abb. 14. Wie schon ausgeführt wurde, gibt bei vorliegenden Spaltbreiten die dort gemessene Intensität die Grösse von $S_i(k)$, (der Untergrund herrührend von $S_e(k,\omega)$ muss natürlich subtrahiert werden). Bestimmen wir $S_e(k)$ durch Integration des Spektrums, so können wir nach (2o) aus dem Verhältnis α berechnen. Für den vorliegenden Fall erhalten wir $\alpha = 0{,}61 \begin{smallmatrix} +\,0{,}15 \\ -\,0{,}4o \end{smallmatrix}$ (dabei ist die Breite der Linie sogar noch vernachlässigt). Innerhalb der Fehler stimmt dieser Wert mit dem der approximierten Kurve nach Abb. 14 überein. Die Messfehler sind hier wegen der Differenzbildung und des kleinen Plasmalichtsignals bei der Relativeichung relativ gross, aber damit konnte doch das Vorhandensein der Zentrallinie im Übergangsgebiet ebenso wie auch die sich ausbildenden Satellitenlinien nachgewiesen werden.

Ein wichtiger Kontrollversuch bei diesen Messungen bietet sich mit der Strahlungscharakteristik der Streustrahlung an. Nach (7) ist diese ja gleich der eines schwingenden Dipols. Durch Einschalten von entsprechend geschnittenen Quarzplatten in den Strahlengang des Lasers wurde die Polarisationsebene einmal um 45° ($\phi = 45^\circ$) und einmal um $9o^\circ$ ($\phi = 0^\circ$) gedreht (ϕ siehe Abb. 2).

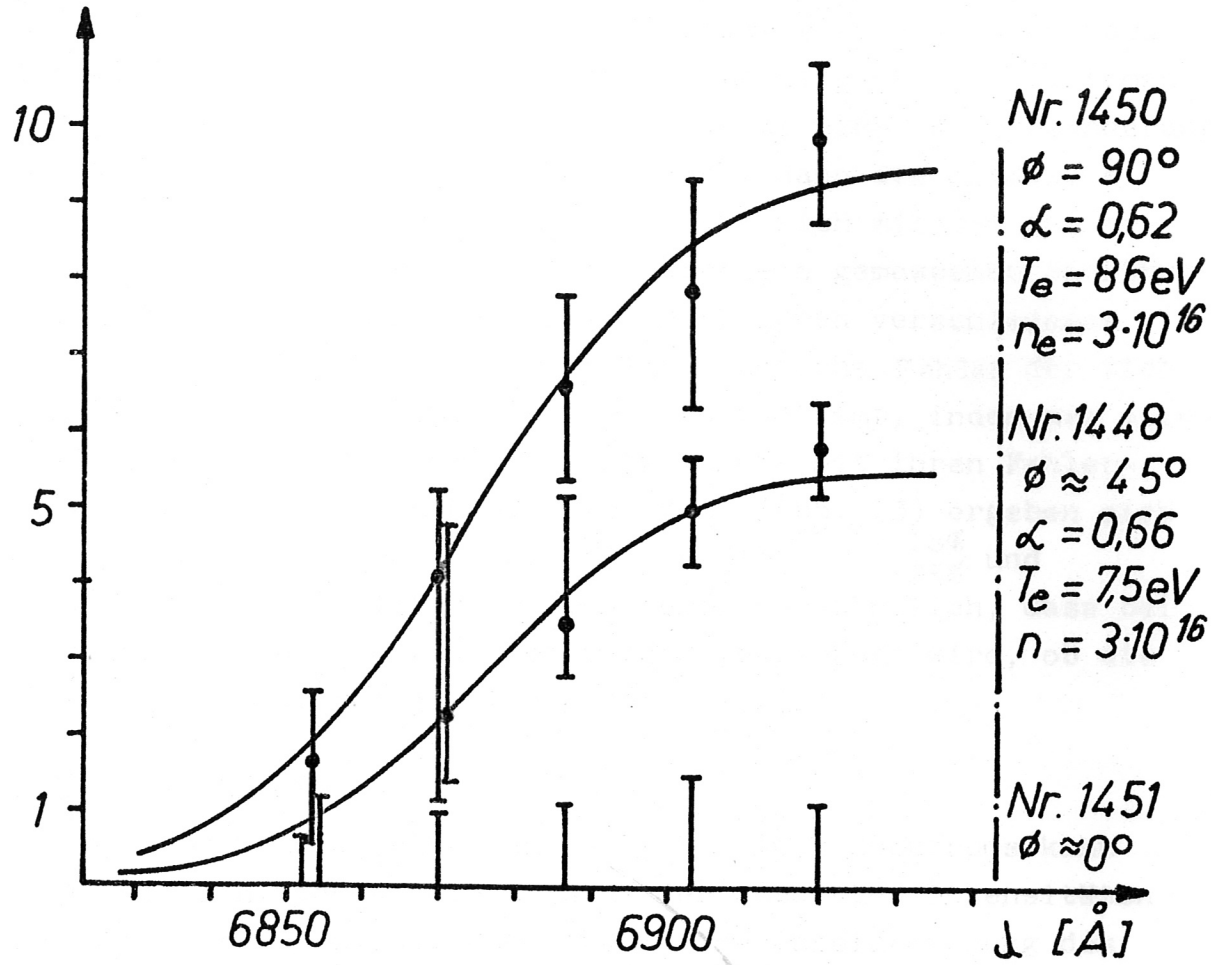


Abb. 15 Streuspektren mit gedrehter Polarisationsebene des Lasers

Die Ergebnisse sehen wir in Abb. 15. Innerhalb der Messfehler ist die Streuintensität bei $\phi = 45^\circ$ auf o,5 und bei $\phi = 0^\circ$ auf Null zurückgegangen, wie es auch sein soll.

An dieser Stelle soll nun noch etwas über die Auswertung der Streuspektren gesagt werden. Nach E.E. Salpeter wird ihre Form nur von α bestimmt, ihre Breite dagegen ist bei festem α proportional der Wurzel aus der Temperatur. Wir erhalten daher für α = const. folgende Relationen:

$$T_1 = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 \cdot T_2 \quad ; \qquad n_1 = \frac{T_1}{T_2}\, n_2 \tag{46}$$

λ_1 und λ_2 sind entsprechende Wellenlängen bei gleicher normierter

Intensität. Hat man also einmal für ein α das Spektrum, so lässt sich bequem die ganze Schar für alle entsprechenden Dichten und Temperaturen daraus berechnen. Für die Praxis erweist sich nach B. Kronast [38] folgendes Verfahren als recht günstig: trägt man die Wellenlängen logarithmisch auf, so tritt eine Masstabsänderung als additive Verschiebung auf. Man braucht dann die gemessene Kurve nur so lange zu verschieben, bis sie sich mit der theoretischen deckt. Auf diese Weise lässt sich ein gemessenes Spektrum sehr schnell mit einem ganzen Satz von Spektren verschiedener α -Werte vergleichen. Auch der maximal mögliche Fehler der sich ergebenden Dichte und Temperatur wird so bestimmt, indem man alle noch möglichen Spektren durch die Messpunkte mit ihren Fehlerschranken legt. Für Versuch Nr. 14o3 z.B. (Abb. 13) ergeben sich so die maximal möglichen Fehler: $n_e = 4{,}3 \cdot 10^{16}\ {}^{+10\%}_{-25\%}$ und $T_e = 4{,}6\ \text{eV}\ {}^{+40\%}_{-10\%}$. (Es ist natürlich selbstverständlich, dass bei einer Auswertung nach der Salpeter-Theorie geprüft wird, ob die Voraussetzung $n \cdot \lambda_D^3 \gg 1$ jeweils erfüllt ist).

7.2 Absolutmessungen

Neben der Messung des relativen Verlaufs eines Spektrums kann man schliesslich noch an die Messung der absoluten Intensitäten denken. Da aber auf diesem Weg sowohl eine Absoluteichung des Lasers als auch eine solche des ganzen Messteils notwendig ist, ist das Ergebnis mit einem relativ grossen Fehler behaftet. Man hat allerdings auf diese Weise die Möglichkeit, zumindest die Grössenordnung der Streusignale zu kontrollieren. Betrachten wir als Beispiel wieder den Versuch Nr. 14o3. Auf Kanal 2 ergab sich (alle Einstellungen bleiben konstant) eine Empfindlichkeit von 5,3 μW/V $\pm$ 3o%. Die Eichung erfolgte mittels einer Wolframbandlampe. Für die Messung der Laserstrahlung wurde ein ebenfalls geeichter Multiplier und eine Reihe geeichter Graufilter zur Abschwächung benutzt. Bei diesen Messungen ergab sich die Laserintensität in dem vom Messteil erfassten Querschnitt zu 2,4 MW $\pm$ 4o%. Aus dem integrierten Streuspektrum erhalten wir mit den Gleichungen (15) und (24b) für einen Raumwinkel $d\Omega = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ mit der experimentell gefundenen Dichte $S_e(k) = 0{,}4 \pm 70\%$. Theoretisch ergibt sich nach Abb. 4 $S_e(k) = 0{,}5$. Damit ist also auch nachgewiesen, dass

der totale Streuquerschnitt entsprechend der Theorie mit steigendem α abnimmt. Zu beachten ist gegebenenfalls bei Absolutmessungen die Reflexion an der Gefässwand, wenn man keine Stutzen hat. In den meisten Fällen ist der dadurch bedingte Fehler aber kleiner als 10%.

Im allgemeinen lässt sich eine solche Absoluteichung des Lasers und des Messteils nicht umgehen, wenn man die Dichte in Fällen $\alpha \ll 1$ messen will, also dann, wenn man die reine Thomson-Streuung hat. Man kann diese Eichung aber durch einen Trick vermeiden, wenn man nur ein einziges Mal ein Plasma herstellt, bei dem man ein Spektrum im Übergangsbereich erhält: hier bekommt man ja n_e, T_e und $S(k)$. Mit der aus (15) und (24b) abgeleiteten Beziehung

$$\frac{W}{L} = n_e \cdot \sigma_e \cdot S(k) \cdot dz \cdot d\Omega \tag{47}$$

kann dann die Anlage direkt in Amplitudeneinheiten des Oszillographenschirms geeicht werden, ohne irgendeine weitere Kenntnis über die Intensität des Lasers und die Empfindlichkeit des Messteils zu haben und ohne weitere Fehler durch Justierungenauigkeiten. (Im Falle des Gauss-Profils ist ja nach Abb. 4 $S(k) = 1$).

Eine weitere Variante, die Absoluteichung zu vermeiden, bietet sich mit der Rayleigh-Streuung in Gasen an. Diese hat genau die gleiche Strahlungscharakteristik wie die Streustrahlung von Elektronen. Das Verhältnis der totalen Streuintensitäten ergibt sich einfach zu:

$$\frac{W}{W_R} = \frac{n_e \cdot \sigma_{Th} \cdot S(k)}{n_R \cdot \sigma_R} \tag{48}$$

es ist also ebenfalls unabhängig von Laser, Raumwinkel und erfasstem Volumen. Bei der Rayleigh-Streuung muss allerdings auf grösste Reinheit der verwendeten Gase geachtet werden, da besonders hier Staubteilchen das Messergebnis verfälschen können, denn sie ist praktisch ebenfalls kaum dopplerverbreitert.

Am bequemsten ist es, das Entladungsgefäss einfach mit Luft unter Atmosphärendruck zu füllen. (Dies kann allerdings bei einer Reihe von Experimenten nicht gemacht werden, da besonders bei der Herstellung sehr sauberer Plasmen ein solches Belüften der

Anlage nicht erlaubt ist). Für Luft ergibt sich $n_R \cdot \sigma_R = 4{,}o \cdot 1o^{-8}$ cm^{-1}, d.h. man kann sich merken, dass die Intensität der Rayleigh-Streuung an Luft unter Atmosphärendruck etwa gleich ist der Intensität der Streustrahlung an freien Elektronen bei einer Dichte von $6 \cdot 1o^{16}$ cm^{-3}. Mit dem geeichten Messteil wurde umgekehrt bei einem Versuch als Kontrolle die Laserleistung bestimmt: es ergab sich innerhalb der Fehlergrenzen eine Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Absoluteichung.

7.3 Bemerkungen zur Anwendung des neuen Diagnostikverfahrens

Ein Ziel dieser Arbeit war es ja, ein eindeutiges Diagnostikverfahren zu entwickeln, das lokale Dichte- und Temperaturmessungen in einem Plasma, hier speziell in einem Θ-Pinch Plasma gestattet. Dazu wurde auch die ganze Messapparatur nur aus 2 Teilen aufgebaut, die bequem an jede Θ-Pinch - Anlage hingefahren und dort zueinander justiert werden können. Die in 6.1 beschriebene kleine Anlage diente nur zur Entwicklung dieser neuen Methode, deshalb wurden an ihr keine wesentlichen weiteren Messungen gemacht. Dazu kommt noch, dass an ihr auch mit keiner anderen Methode Dichten und Temperaturen bestimmt worden sind, mit denen die neuen Ergebnisse hätten verglichen werden können. Es ergab sich z.B. noch für $t = o{,}27$ µsec nach der Zündung (1. maximale Kompression) eine Elektronentemperatur $T_e = 11$ eV $\pm$ 4o% und für $t = 1{,}5$ µsec eine Temperatur $T_e = 22$ eV $\pm$ 4o%. Zu diesen Zeitpunkten sind infolge der viel grösseren Schwankungen des Plasmalichts die Fehler der einzelnen Messpunkte und damit auch der erhaltenen Plasmaparameter relativ gross.

Die erste Anwendung dieses Verfahrens an einem 26 kJoule Θ-Pinch wird in [39] beschrieben: es wird die gemessene radiale Dichte- und Temperaturverteilung mit Ergebnissen aus theoretischen Berechnungen und aus spektroskopischen Messungen verglichen. Die auftretenden grossen Fehler sind dabei im wesentlichen wieder auf die relativ zum Plasmalicht noch zu kleine Laserleistung zurückzuführen. Die Verwendung von stärkeren Lasern ist also sinnvoll. Dann aber sind diese Streulichtmessungen ein Diagnostikverfahren, das eine genaue lokale Elektronendichte- und Temperaturmessung gestattet, ohne das heisse Plasma zu beeinflussen.

An dieser Stelle möchte ich nicht versäumen, Herrn Prof. Dr. E. Fünfer für die Übertragung der Aufgabe und für seine Anteilnahme an den Arbeiten zu danken.

Herrn Dr. B. Kronast danke ich insbesondere für die zahlreichen Ratschläge und die Unterstützung bei den Arbeiten sowie Herrn Dr. W.H. Kegel für theoretische Hinweise.

Literaturverzeichnis

[1] G. Fiocco und E. Thompson, Phys. Rev. L. 1o, 89 (1963)
[2] E. Fünfer, B. Kronast, H.J. Kunze, Phys. L. 5, 125 (1963)
[3] E. Fünfer, W.H. Kegel, B. Kronast, H.J. Kunze VIe Conf. Int. Phén. Ion. Gaz, Paris, Vol. IV, 119 (1963)
[4] W.E.R. Davies and S.A. Ramsden, Phys. L. 8, 179 (1964)
[5] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, The Classical Theory of Fields, Pergamon Press 1962, p. 195
[6] Y.L. Lamb Jr., Report LA 2715 (1962)
[7] G. Joos, Lehrbuch der Theoretischen Physik, 9. Aufl., 3o5 (1956)
[8] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Statistical Physics, Pergamon Press 1959, p. 374
[9] Kittel, Elementary Statistical Physics, New York 1958, p. 133
[1o] S. Ichimaru, D. Pines and N. Rostoker, Phys. Rev. L. 8, 231 (1962)
[11] K.L. Bowles, Phys. Rev. L. 1, 454 (1958)
[12] E.E. Salpeter, Phys. Rev. 12o, 1528 (196o)
[13] J.P. Dougherty and D.T. Farley, Proc. Roy. Soc., A259, 79 (196o)
[14] J.A. Fejer, Canad. J. Phys. 38, 1114 (196o)
[15] T. Hagfors, J. Geophys. Res. 66, 1699 (1961)
[16] M.N. Rosenbluth and N. Rostoker, Phys. Fluids 5, 776 (1962)
[17] D.F. DuBois and Gilinsky, Phys. Rev. 133, A1317, (1964)
[18] A. Ron, J. Dawson and C. Oberman, Phys. Rev. 132, 497 (1963)
[19] M. Grewal, Phys. Rev. 134, A86, (1964)
[2o] W.H. Kegel, Report IPP 6/21 (1964)
[21] J.A. Fejer, Canad. J. Phys. 39, 716 (1961)
[22] DeSilva A.W., D.E. Evans and M.J. Forrest, private Mitteilung, wird veröffentlicht
[23] U. Ascoli-Bartoli, J. Katzenstein and L. Lovisetto, private Mitteilung
[24] Jahoda, Little, Quinn, Sawyer, Stratton, Phys. Rev. 119, 843 (196o)
[25] W.J. Karzas and R. Latter, Astrophys. J. Suppl. 6, 167 (1961)
[26] H. Hora, B. Kronast, H.J. Kunze, Proc. I.E.E.E. 52, 611 (1964)

[27] L. Spitzer Jr., Physics of Fully Ionized Gases (1962)
[28] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Fluid Mechanics (1959),p.194
[29] H. Hora, Report IPP 6/26 (1964)
[3o] Unsöld, Physik der Sternatmosphären (1955)
[31] R.W. Hellwarth, Quantum Electronics, Proc. 3. Int. Congr. Paris (1964), p. 12o3
[32] P. Stehle, J. Opt. Soc. Am. 53, 1oo3 (1963)
[33] R.A. Pappert, Phys. Fluids 6, 1452 (1963)
[34] Vachaspati and S.L. Punhani, Proc. Nat. Inst. Sci. Ind. 29, 129 (1963)
[35] G. Weiser, Report IPP 1/26, (1964)
[36] A. Eberhagen, H. Glaser, Report IPP 1/27 (1964)
[37] H.J. Kunze, E. Fünfer, B. Kronast, W.H. Kegel, Phys. L. 11, 42 (1964)
[38] B. Kronast, private Mitteilung
[39] H.J. Kunze, A. Eberhagen, E. Fünfer, wird in Phys. L. veröffentlicht